

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS



TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

Almacenamiento de calor en un lecho fluido con material de cambio de fase.

AUTORA: Almudena Sánchez García

TUTORA: Dra. Celia Sobrino Fernández

LEGANÉS, 9 OCTUBRE 2014

Agradecimientos

A mi tutora Celia Sobrino, por darme la oportunidad de llevar a cabo este trabajo con ella y así ampliar mis conocimientos más allá de lo aprendido a lo largo de estos años. Pero sobre todo por estar disponible siempre que la he necesitado, por las horas que me ha dedicado y la paciencia que ha tenido. Gracias.

A Mónica, Paula y los hermanos Pinto; por acompañarme a lo largo de este camino, desde el principio hasta el final. Gracias por haber estado siempre ahí durante estos cinco años. Por ser un apoyo en los momentos más duros y alegraros conmigo de cada logro.

A Nacho, Rocío, Fer y Sandra; por haber convertido este último año de especialidad en el mejor año de todos. Por tantas horas de clase y de trabajo en las salas de grupo de nueve a nueve; por ser el equipo ideal.

No me olvido de mis equipos de biblioteca (aka biblioTeams), variando año tras año pero siempre ahí. En especial a mis compañeros de mesa y de colas mañaneras para entrar. Gracias a vosotros las épocas de exámenes se hacían mucho más llevaderas y productivas.

A mis amigos de toda la vida, aquellos que me dejaban de ver en cuanto empezaban los primeros parciales y no volvían a saber nada de mí hasta que acababan; gracias por esa paciencia.

Y, por supuesto, a mi familia. Por sus consejos, por su apoyo tanto en lo bueno y como en lo malo. Sin ellos sí que llegar hasta aquí no hubiera sido posible.

Resumen

En el presente Trabajo Fin de Grado se ha desarrollado un modelo matemático capaz de predecir el comportamiento térmico de un lecho fluido de material de cambio de fase a la hora de almacenar calor. La propuesta se basa en el modelo de dos fases en el que se divide al lecho en una fase densa y una fase burbuja. También se propone su resolución mediante el método numérico de Runge-Kutta de orden cuatro.

Una de las características principales del material de cambio de fase es la variación de su calor específico con la temperatura. Dicha cualidad ofrece una dificultad extra a la hora de modelar el lecho fluido de dicho material; por esta razón se ha utilizado primero el lecho fluido de arena, cuyo calor específico puede considerarse constante. Este modelo se validará utilizando los datos experimentales suministrados por el Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos de la Universidad Carlos III.

Una vez verificado el modelo para el lecho fluido de arena se acondicionan las ecuaciones para poder modelar así el lecho fluido de material de cambio de fase. Una vez comprobado que los resultados cumplen con lo esperado según los datos experimentales, se ha llevado a cabo un estudio del comportamiento del lecho de material de cambio de fase cuando se varían sus parámetros de operación.

Abstract

The present Bachelor Thesis deals with the development of a mathematical model able to predict the storage behavior of fluidized bed filled with phase change material. The proposal is based on the two-phase model in which the bed is divided into the dense phase and the bubble phase. Besides, Runge-Kutta 4th grade method is suggested as a numerical method for solving the mathematical model.

The variation of the specific heat with temperature is one of the main characteristics of the phase change materials. This property provides an extra issue to the modeling process of the fluidized bed; thus, sand, whose specific heat is approximately constant, will be used first as the fluid bed material. The verification of the model will be done by using the experimental data provided by the Thermal and Fluids Engineering Department of Carlos III University of Madrid.

Once the model is validated for the fluid bed of sand, the equations for the phase change material will be set up for the numerical method and the results will be also evaluated the same way. Finally, a study of the behavior of the fluid bed of phase change material has been carried out when operating parameters are modified.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| Índice de figuras | 10 |
| 1. Objetivos y estructura de la memoria | 13 |
| 2. Introducción | 17 |
| 2.1. El lecho fluido | 19 |
| 2.2. El material de cambio de fase | 21 |
| 2.2.1. Materiales encapsulados | 24 |
| 2.2.2. Elección del PCM para almacenamiento de calor en lecho fluido. | 25 |
| 3. Modelo del lecho fluido | 27 |
| 3.1. Ecuaciones de conservación de la energía | 29 |
| 3.1.1. Fase densa de arena | 29 |
| 3.1.2. Fase densa de PCM | 32 |
| 3.1.3. Fase burbuja | 32 |
| 3.1.4. Paredes del lecho | 32 |
| 3.2. Condiciones iniciales y de contorno | 34 |
| 4. Adimensionalización de las ecuaciones del modelo | 35 |
| 4.1. Variables adimensionales | 35 |
| 4.2. Adimensionalización de las ecuaciones | 36 |
| 4.2.1. Fase densa de arena | 37 |
| 4.2.2. Fase densa de PCM | 38 |
| 4.2.3. Fase burbuja | 38 |
| 4.2.4. Paredes del lecho | 39 |
| 4.3. Adimensionalización de las condiciones iniciales y de contorno | 39 |
| 5. Método numérico | 41 |
| 5.1. Introducción al método | 41 |
| 5.2. Aplicación del método al lecho fluido | 42 |
| 6. Método experimental | 49 |
| 6.1. Descripción de la instalación experimental | 49 |
| 6.2. Características del lecho | 50 |
| 6.2.1. Parámetros del lecho fluidizado. | 50 |
| 6.2.2. Parámetros geométricos de la columna del lecho. | 51 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 6.2.3. | Propiedades del material de la columna | 51 |
| 6.2.4. | Propiedades del material aislante de la columna | 51 |
| 6.3. | Propiedades de los materiales utilizados | 51 |
| 6.3.1. | Arena | 52 |
| 6.3.2. | Material de cambio de fase | 52 |
| 6.4. | Propiedades del aire | 53 |
| 6.5. | Resultados experimentales | 54 |
| 6.5.1. | Resultados del lecho de arena | 54 |
| 6.5.2. | Resultados del lecho de PCM | 55 |
| 7. | Resultados y verificación del modelo | 57 |
| 7.1. | Lecho fluido de arena | 57 |
| 7.1.1. | Temperatura de cada una de las fases | 57 |
| 7.1.2. | Conservación de la energía | 60 |
| 7.1.3. | Comparación con los datos experimentales | 61 |
| 7.2. | Lecho fluido de PCM | 62 |
| 7.2.1. | Temperatura de cada una de las fases | 62 |
| 7.2.2. | Conservación de la energía | 64 |
| 7.2.3. | Comparación con los datos experimentales | 66 |
| 8. | Influencia de los parámetros de operación | 67 |
| 8.1. | Caudal de aire | 67 |
| 8.2. | Altura del lecho | 68 |
| 9. | Conclusiones | 71 |
| 10. | Líneas de trabajo futuras | 73 |
| | Nomenclatura | 75 |
| | Bibliografía | 77 |
| A. | Hoja de datos del PCM | 79 |
| B. | Código Matlab | 81 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 2.1. Tipos de lechos fluidizados según la velocidad del fluido de trabajo [2] | 19 |
| 2.2. Clasificación de materiales para el almacenamiento de energía [5] | 21 |
| 2.3. Variación de la entalpía con la temperatura [5] | 23 |
| 3.1. Representación esquemática del Modelo de Dos Fases | 28 |
| 3.2. Evolución de una burbuja aislada en el lecho fluido [12] | 30 |
| 3.3. Representación esquemática de la geometría del lecho | 33 |
| 5.1. Representación de la disposición de los nodos | 43 |
| 6.1. Representación esquemática del equipo experimental [8] | 49 |
| 6.2. Variación del calor específico de la arena con respecto a la temperatura | 52 |
| 6.3. Variación del calor específico del PCM con respecto a la temperatura | 53 |
| 6.4. Evolución temporal de la temperatura del aire de entrada en el lecho fluido de (a) arena y (b) PCM | 54 |
| 6.5. Resultados experimentales obtenidos para el lecho fluido de arena. | 55 |
| 6.6. Resultados experimentales obtenidos para el lecho fluido de PCM | 56 |
| 7.1. Evolución temporal de la temperatura de la fase densa en el lecho fluido de arena | 58 |
| 7.2. Evolución temporal de la temperatura de cada uno de los nodos de la fase burbuja | 59 |
| 7.3. Evolución temporal de la temperatura de las paredes del lecho fluido de arena. | 59 |
| 7.4. Evolución temporal de la temperatura de todas las fases en el lecho fluido de arena. | 60 |
| 7.5. zoom de la figura 7.4 | 61 |
| 7.6. Comparación de los resultados del modelo para el lecho fluido de arena con los datos experimentales. | 61 |
| 7.7. Evolución temporal de la temperatura de la fase densa para el lecho fluido de PCM | 63 |
| 7.8. Evolución temporal de la temperatura de la fase burbuja del lecho fluido de PCM | 63 |
| 7.9. Evolución temporal de la temperatura de la pared del lecho fluido de PCM | 64 |
| 7.10. Evolución temporal de la temperatura de todas las fases del lecho fluido de PCM | 65 |
| 7.11. Zoom a la figura 7.10 | 65 |

| | |
|---|----|
| 7.12. Comparación de los resultados del modelo con los datos experimentales del lecho fluido de PCM | 66 |
| 8.1. Lecho de PCM con un caudal de aire de: (a) 319 <i>l/min</i> , (b) 400 <i>l/min</i> , (c) 490 <i>l/min</i> y (d) 613 <i>l/min</i> | 68 |
| 8.2. Lecho de PCM de una altura: (A) 100 <i>mm</i> , (b) 210 <i>mm</i> , (c) 300 <i>mm</i> , (d) 400 <i>mm</i> | 69 |

Capítulo 1

Objetivos y estructura de la memoria

Objetivos

Tanto en la búsqueda del máximo ahorro energético, como en el campo de las energías renovables, los estudios de lechos como sistema de almacenamiento de calor están tomando una gran relevancia. Estos sistemas tienen como objetivo el máximo aprovechamiento de la energía térmica que se produce tanto en plantas de generación cuando la demanda es baja, como en diferentes procesos industriales en forma de energía residual.

Dentro de los tipos de lechos, los más adecuados para este uso son los lechos fluidos debido a su alto índice de transferencia de calor y su gran capacidad para resistir las rápidas variaciones de temperatura. Sin embargo, para ser capaces de controlar su uso y sacar así el mayor provecho de ellos, es necesario el desarrollo de herramientas que sean capaces de predecir su comportamiento. Por ello, los objetivos del presente trabajo son:

1. El desarrollo de un modelo capaz de predecir el comportamiento térmico de un lecho fluido durante el proceso de carga a partir de los datos de temperatura del aire de entrada; así como un programa matemático capaz de obtener los resultados de dicho modelo.
2. La comprobación, a través de datos experimentales suministrados por el Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos de la Universidad Carlos III, de la validez del modelo matemático.
3. El análisis del comportamiento del lecho cuando trabaja con materiales de cambio de fase (*phase change materials* - *PCM*) que almacenan energía a través de calor latente.
4. El estudio, una vez validado el modelo matemático, del comportamiento del lecho fluido de material de cambio de fase cuando se varían los parámetros de caudal de aire y altura del lecho.

Estructura de la memoria

La estructuración de la memoria ha sido diseñada para guiar de forma lógica al lector a través del estudio realizado y así facilitar la lectura. Es importante tener en cuenta que para modelar el lecho fluido de PCM ha sido necesario hacerlo primero para el lecho fluido de arena ya que, debido a las características de este material, su modelado es mucho más sencillo. Sin embargo, en cada uno de los capítulos en los que se trabaja con las ecuaciones del modelo se va hacer referencia a las de ambos lechos para así mostrar de una forma más clara como el procedimiento es prácticamente el mismo. Una vez finalizadas la explicación del modelo y el acondicionamiento de las ecuaciones para su resolución, la memoria seguirá el proceso de estudio real. A continuación se presenta brevemente la estructura:

- Capítulo 1. En el presente capítulo se ha llevado a cabo una definición de los objetivos del trabajo y la explicación de la estructuración de la memoria.
- Capítulo 2. Se realiza una introducción socio-económica del problema energético que se pretende resolver mediante la utilización del almacenamiento de energía, así como una breve introducción a las herramientas utilizadas para ello: los lechos fluidos y el material de cambio de fase.
- Capítulo 3. Este capítulo se explica el modelo matemático planteado presentando las hipótesis utilizadas y desarrollando y explicando cada una de las ecuaciones del modelo.
- Capítulo 4. Se procede a la adimensionalización de las ecuaciones del modelo de tal forma que queden simplificadas lo mayor posible para el uso de un método numérico que sea capaz de resolverlas.
- Capítulo 5. Se presenta el método numérico utilizado para la resolución del sistema de ecuaciones propuesto mediante el modelo matemático. Además se acondicionan las ecuaciones para su uso. En paralelo a este capítulo se desarrolla un código en el software matemático Matlab gracias al cual se obtienen los resultados y que se presenta al final de la memoria en el Apéndice B.
- Capítulo 6. Para validar el modelo matemático es necesario conocer los datos con los que se van a comparar. Este capítulo se centra en la presentación del método experimental llevado a cabo en las instalaciones del Campus de la Universidad de Albacete así como en la especificación de todos y cada uno de los parámetros con los que trabaja el sistema: dimensiones, materiales, propiedades físicas de los materiales, etc.
- Capítulo 7. Se procede al estudio de los resultados obtenidos para el lecho fluido de arena mediante el modelo matemático así como a su comparación con los datos experimentales. Si los datos concuerdan bajo los criterios establecidos en las hipótesis del modelo, se dará como válido el modelo matemático propuesto y se procederá al estudio de los resultados para el lecho fluido de material de cambio de fase. Finalmente se decidirá si el modelo es válido también para este tipo de lecho.

- Capítulo 8. Una vez validado el modelo matemático, en este capítulo se realizará un estudio acerca del comportamiento del lecho fluido de material de cambio de fase cuando se varían dos de sus parámetros de actuación.
- Capítulo 9. Se expondrán las conclusiones extraídas de los resultados obtenidos del modelo propuesto.
- Capítulo 10. En este último capítulo se realizará una propuesta de las futuras líneas de trabajo en el ámbito de los lechos fluidos de material de cambio de fase hasta poder llegar a su utilización a gran escala.

Finalmente se añaden un apartado con las referencias bibliográficas utilizadas y dos anexos con los datos del material de cambio de fase y el código de Matlab desarrollado.

Capítulo 2

Introducción

Uno de los mayores problemas de la sociedad actual es la dependencia de la energía, tanto para actividades tan simples como calentarnos la leche cada mañana o ducharnos, como para los procesos industriales más complejos, las telecomunicaciones y un largo etcétera.

El gran número de actividades para las cuales hemos creado la necesidad de energía, ha llevado a un incremento del uso de los recursos naturales a través de los cuales la obtenemos. Esto tiene consecuencias económicas, ambientales y, por supuesto, sociales; lo que deriva en la búsqueda de nuevas formas de energía y el desarrollo de nuevas tecnologías capaces de favorecer su producción y uso eficiente con, además, una reducción de los efectos medioambientales.

La introducción de formas de energía como las renovables implica cambios en su red de transporte. Se trata de un tipo de energía altamente dependiente de la climatología; el sol, el aire o la lluvia, son cosas que el ser humano aún no ha logrado controlar, pero que necesitan de una correcta gestión.

Hasta ahora la integración de las energías renovables sólo permite su aprovechamiento cuando están disponibles, sin tener en cuenta su demanda. De este modo cuando ésta es baja se genera una sobreproducción de energía que acaba siendo totalmente desaprovechada mientras que, por otro lado, si hay más demanda de la que puede soportar el sistema, hay que cubrirla mediante el uso de fuentes de energía clásicas como los combustibles fósiles. Lo que se desea ahora asegurar la estabilidad de una futura red eléctrica adaptada a estas nuevas formas de energía.

En las últimas décadas se han alcanzado métodos para almacenar energía que permiten disponer de ella cuando y donde no se dispone de una fuente, como un enchufe, para conectarse. Así se ha logrado tener la capacidad de, por ejemplo, escuchar música o hablar por teléfono mientras se va andando por la calle. El futuro se encuentra ahora en encontrar el modo de aplicar el almacenamiento a gran escala y así poder equilibrar el suministro y la demanda de energía, sacando provecho a la sobreproducción generada en las horas de baja demanda que ahora es simplemente desperdiciada.

Actualmente ya existen proyectos, como *Almacena* llevado a cabo por Red Eléctrica Española, que utiliza un sistema almacenamiento electroquímico y que ya ha implantado en una subestación de la red [1]. Sin embargo, este tipo de sistemas están enfocados principalmente en el almacenamiento de energía eléctrica dejando de lado la posibilidad de almacenar otro tipo de energía como la térmica.

Los sistemas de almacenamiento de energía térmica permitirían almacenar el calor residual de determinados procesos industriales para luego poder utilizarla de nuevo en el mismo proceso de modo que se reduciría el gasto energético. Sin embargo, mientras que para los procesos industriales los sistemas de almacenamiento constituirían una forma de ahorro; desde el punto de vista de las energías renovables, en especial en el campo de la energía térmica solar, ya son algo esencial para alcanzar el máximo aprovechamiento así como para aumentar su rendimiento durante mayores períodos de tiempo.

El almacenamiento térmico puede ser de dos clases: de calor sensible o de calor latente, siendo los primeros los más extendidos. Sin embargo, en los últimos años, el aumento en las investigaciones de materiales avanzados, ha llevado al incremento de estudios en el almacenamiento de calor latente, que ofrece soluciones en áreas tan específicas como:

- Inercia térmica dentro del campo de la construcción de edificios
- Protección térmica en el transporte de productos agrícolas, lácteos o sangre; o para la protección de dispositivos electrónicos.
- Suministro de energía de seguridad en hospitales, centros computacionales, etc.; en los que ahora, este suministro de seguridad se realiza con equipos auxiliares.
- Cogeneración o energías renovables, en particular el uso de energía solar, área en la que se centra este trabajo.

Dentro del contexto de la energía solar térmica, los lechos se han convertido en un método de almacenamiento de energía muy a tener en cuenta. El almacenamiento en los lechos se lleva a cabo aumentando la temperatura del material sólido cuando circula a través de él un fluido caliente, proceso que se conoce como carga del lecho. Para recuperar esta energía térmica almacenada tan solo hay que introducir en el lecho un fluido que puede encontrarse a temperatura ambiente. Esta nueva corriente se calienta debido a la temperatura acumulada en el lecho, proceso que se conoce como descarga o recuperación térmica.

Debido al elevado número de ciclos de carga y descarga al que el sistema se verá sometido es importante el uso de materiales que no sólo sean capaces de almacenar una alta densidad de energía si no que tengan una elevada estabilidad.

Se puede concluir que las dos áreas principales a la hora de estudiar los sistemas de almacenamiento de energía térmica son el método de transferencia de calor, ya sea lecho fijo o lecho fluido; y el material utilizado.

2.1. El lecho fluido

Un lecho consiste en una columna de una determinada altura formada por partículas sólidas, a través de las cuales pasa un fluido, bien sea líquido o gas previamente filtrado de impurezas, haciendo que adquieran un comportamiento semejante al de un fluido. Es precisamente la velocidad del fluido que atraviesa el lecho la que define el régimen de trabajo del mismo (ver figura 2.1).

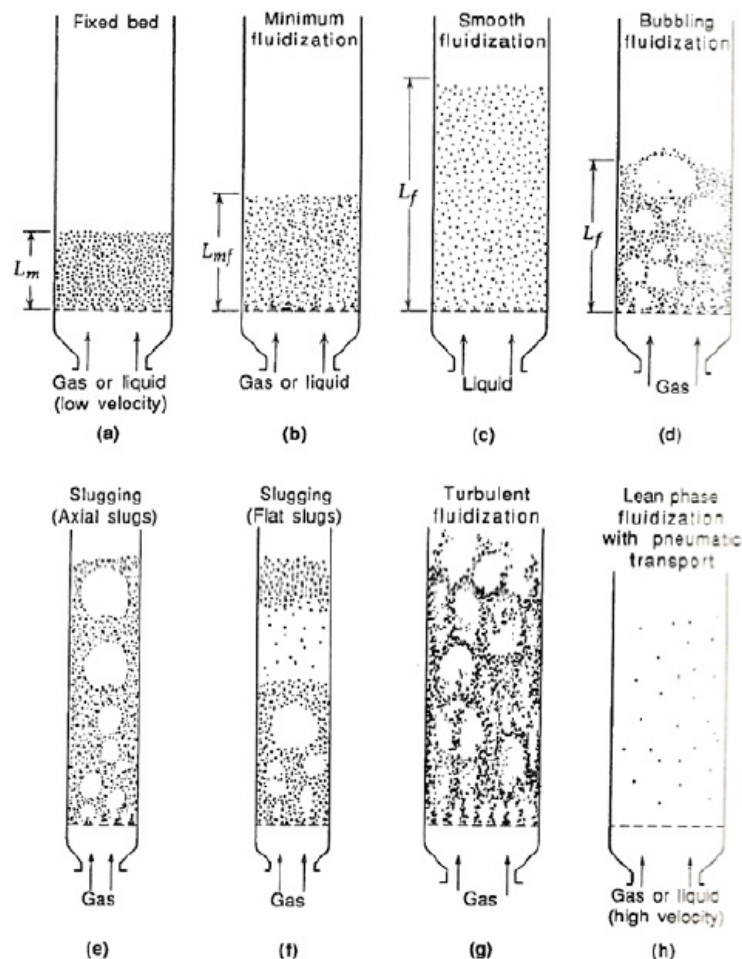


Figura 2.1: Tipos de lechos fluidizados según la velocidad del fluido de trabajo [2]

Si el fluido se mueve a muy baja velocidad a través del lecho, no produce movimiento de las partículas sino que se filtra a través de los espacios vacíos que hay entre ellas. Este tipo de lechos se denominan lechos fijos (en inglés fixed bed) y en ellos tanto la altura, como la fracción de vacío en el lecho o porosidad se mantienen

constantes.

Al ir incrementando gradualmente la velocidad comienzan a aparecer pequeñas vibraciones que hacen que las partículas abandonen el estado de reposo. La velocidad del fluido a la que ocurre esto es denominada *velocidad de mínima fluidización*, U_{mf} . Al estado en el que se encuentran se denomina *estado de mínima de fluidización* y marca la transición entre el lecho fijo y el lecho plenamente fluidizado [3].

Si se sigue aumentando la velocidad todas las partículas quedarán suspendidas por el flujo de gas o líquido alcanzando de ese modo un comportamiento semejante al de un fluido; por ello este tipo de lecho se denomina lecho fluidizado. El incremento en la velocidad por encima de la mínima velocidad de fluidización da lugar a una suave y progresiva expansión del lecho.

Una vez alcanzadas velocidades por encima de U_{mf} pueden aparecer inestabilidades. Cuando estas inestabilidades quedan amortiguadas y, en condiciones normales, no se observan heterogeneidades ni formación de burbujas el lecho es denominado de fluidización particulada, no burbujeante u homogénea. Este es un estado poco frecuente y tiene lugar únicamente en ciertos casos de partículas muy ligeras con gas denso a alta presión.

Generalmente, lo que realmente ocurre es que se comienzan a observar grandes inestabilidades y la aparición de burbujas y canales. A mayores velocidades, la agitación pasa a ser más violenta y el movimiento de las partículas más vigoroso. Un lecho con este comportamiento se denomina de fluidización agregativa, burbujeante o heterogénea.

Es importante destacar que el lecho, trabajando a este nivel de velocidades, no se expande mucho más de su volumen de mínima fluidización. Aparece por ello un límite superior que define con claridad la superficie superior del lecho de partículas y que hace que este tipo de lechos sean denominados lechos fluidizados de fase densa.

Si se aumenta la velocidad del fluido a valores demasiado altos aparecen otro tipo de inestabilidades como la coalescencia de burbujas. La coalescencia de burbujas favorece a la formación de burbujas de un tamaño excesivo que hacen que aumenten las pérdidas de calor. Por esta razón, diversos estudios sobre el comportamiento del lecho fluido [4] han demostrado que, para sistemas de almacenamiento en lechos fluidos, el rendimiento óptimo se alcanza cuando el aire pasa por el lecho a una velocidad superficial similar a la mínima velocidad de fluidización.

Hasta ahora los lechos fijos han sido los más estudiados y utilizados ya que son una opción apropiada para el almacenamiento de energía cuando el fluido de transferencia de calor utilizado es el aire. Sin embargo, los lechos fluidos proporcionan cada vez más un medio atractivo para dicha función debido a la uniformidad de la temperatura en el lecho y su alto índice de transferencia de calor a un sólido dentro de un lecho.

Sin embargo, lo que hace que los lechos fluidos sean una opción especialmente adecuada para el almacenamiento de energía es que la mezcla homogénea de la fase densa hace que éste resista con mayor eficacia las rápidas variaciones de temperatura, responda lentamente a los cambios bruscos en las condiciones de operación y ofrezca un gran margen de seguridad, evitando pérdidas de temperatura en reacciones altamente exotérmicas.

Además, los lechos fluidos permiten el uso de mayores cantidades de material dentro de la columna sin incrementar en el gasto energético de las bombas que impulsan. Esto se debe a que, una vez alcanzada la mínima velocidad de fluidización (parámetro que únicamente depende de las características físicas y geométricas del material de las partículas) las pérdidas de carga se mantienen constantes respecto a la velocidad superficial del gas y no es necesario ejercer un mayor empuje, es decir, no es necesario aumentar la potencia independientemente de la altura, o cantidad del material, que haya en el lecho.

2.2. El material de cambio de fase

La energía térmica puede encontrarse en la naturaleza almacenada en los materiales en forma de calor sensible o calor latente dependiendo de la sustancia de la que se trate. En la figura 2.2 se observa un esquema de los tipos de materiales.

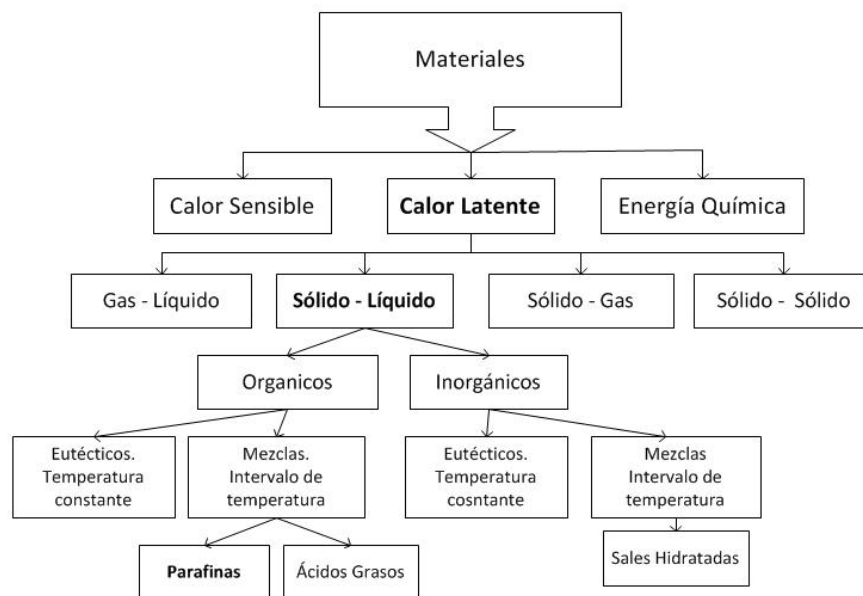


Figura 2.2: Clasificación de materiales para el almacenamiento de energía [5]

Los sistemas de almacenamiento de calor sensible utilizan materiales que no cambian de fase, o estado físico. Sin embargo, la temperatura del material a lo largo del proceso sí que varía, es decir, se calienta o se enfría dependiendo del proceso, de

carga o descarga, en el que se encuentre.

Los sistemas de almacenamiento de calor latente utilizan materiales que cambian de fase cuando el proceso llega a cierta temperatura, una vez es alcanzada se mantiene constante a lo largo del proceso de cambio de fase. Dicha temperatura varía según las propiedades termodinámicas del material y de la presión a la que se encuentre el sistema.

El almacenamiento de energía por calor sensible ha sido hasta ahora el más estudiado y utilizado, sin embargo, esta forma de almacenamiento presenta dos grandes problemas: (1) es necesaria una gran cantidad de masa o volumen y (2) la variación de temperatura es la causa de pérdida de energía a lo largo del proceso. Debido a estos problemas, los estudios se están centrando cada vez más en el desarrollo de tecnologías que utilicen el calor latente como base del almacenamiento térmico.

El calor latente es la cantidad de energía requerida por una cantidad de sustancia para cambiar su estructura molecular, es decir, para cambiar de fase; y representa la diferencia de entalpía entre las fases líquida y sólida [6].

La energía térmica de un material, que se mide a través de la temperatura, es la manifestación macroscópica de la energía de vibración de los átomos que lo componen. Dicha energía de vibración depende, a su vez, del estado en el que se encuentre el material.

Toda sustancia material está caracterizada por su estructura molecular, aquella que define sus propiedades físicas y químicas. Dentro de esta estructura existen de fuerzas de cohesión a la cercanía entre los átomos que las componen. En la fase sólida las moléculas vibran alrededor de posiciones fijas de equilibrio, mientras que en la fase líquida estas moléculas no tienen posiciones fijas; por esta razón se ve que los átomos de la fase líquida son más energéticos.

La transición de una fase a otra se produce cuando la estabilidad de la fase se rompe a favor de la otra en función de la energía disponible. Para que un sólido funda deberá adquirir una cierta cantidad de energía para superar las fuerzas de cohesión que mantienen la estructura de sólido. El proceso de solidificación sigue el proceso opuesto y en este caso los átomos del líquido son los encargados de ceder la energía que contienen.

A la hora del diseño y optimización de los sistemas de almacenamiento de energía con PCM hay que tener en cuenta los requerimientos que debe cumplir el material para el proceso; para ello es muy importante el pleno conocimiento de las propiedades térmicas y físicas de los materiales utilizados.

Los criterios de elección del material para sistemas de almacenamiento de calor han sido propuestos por distintos autores [5, 7]. A continuación se resumen las principales características que debe cumplir el PCM:

1. Características térmicas:

- Temperatura de cambio de fase: se encuentra dentro del rango de temperaturas que abarca el proceso.
- Temperatura de fusión definida: es un valor discreto o, al menos, se encuentra en un intervalo muy pequeño de temperaturas.
- Elevada capacidad térmica y gran variación de la entalpía en el rango de temperaturas del proceso (ver figura 2.3): cuanto mayor sea dicha variación, mayor será la energía que es capaz de almacenar.

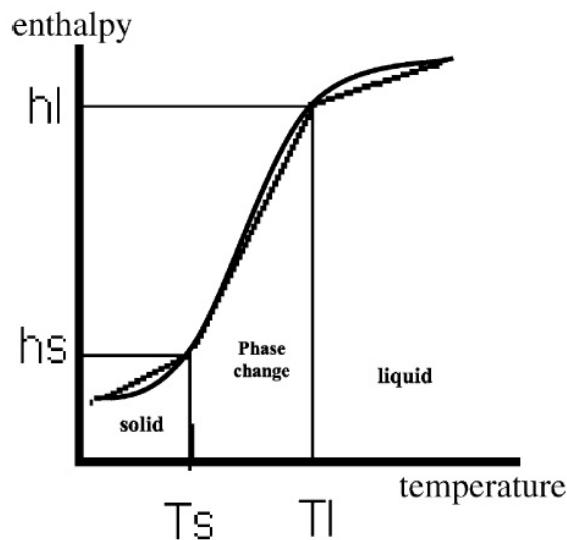


Figura 2.3: Variación de la entalpía con la temperatura [5]

- Alta conductividad térmica tanto en fase líquida como en fase sólida.

2. Características físicas:

- Pequeña variación de volumen en el proceso: lo que favorece el dimensionamiento del equipo, además de abaratar sus costes.
- Alta densidad tanto para la fase sólida como para la líquida: cuanto mayor sea su densidad mayor será su capacidad de almacenar energía por unidad de volumen.

3. Características cinéticas:

- Alta tasa de nucleación¹ que evite la necesidad de agentes nucleantes para que comience la solidificación.

¹La nucleación es el proceso mediante el cual una sustancia comienza su cambio de estado entorno una región pequeña pero estable. Cuanto mayor es la tasa de nucleación, mayor es el número de regiones donde el cambio de fase comienza a darse y, por ende, el proceso se dará con mayor rapidez.

- Mínimo subenfriamiento² posible.

4. Características químicas:

- Proceso de cambio de fase totalmente reversible y únicamente dependiente de la temperatura.
- Estabilidad : los materiales van a tener que sufrir un gran número de ciclos tanto de carga como de descarga que afectarán a sus propiedades.
- No presentar segregación de fases.
- Compatibilidad con los materiales del contenedor: necesaria para evitar reacciones como la corrosión o la descomposición térmica.
- No tóxico, no inflamable y no contaminante.

5. Características económicas:

- Estar disponible en grandes cantidades a bajo coste.
- Tener un ciclo de vida útil razonable y de acuerdo a su precio.

2.2.1. Materiales encapsulados

Uno de los objetivos principales de los sistemas de almacenamiento de energía es obtener el mayor índice de transferencia de calor en cada ciclo. Esto se consigue a través de un correcto diseño y una correcta elección de materiales. Sin embargo, hay que tener en cuenta que en esta clase de intercambiadores de calor también existen unos requerimientos de bombeo de aire.

La velocidad que lleva el fluido de trabajo afecta directamente a la hora de definir características del lecho con el que se va a trabajar. En el caso de lechos fluidos, el aire de entrada al lecho tiene que ser capaz de levantar las partículas y dejarlas en suspensión. Es por ello que, partículas de distintos tamaños y materiales provocaran distintos comportamientos del sistema, lo que ha sido objeto de estudio por diversos autores [8].

En los últimos años ha incrementado el interés y el número de estudios sobre la utilización de PCM encapsulados en esferas de pequeño diámetro ya que ofrecen grandes ventajas tanto para los índices de transferencia de calor como para los requisitos de bombeo.

Los PCM encapsulados pueden ser clasificados, en base a su tamaño, en PCM micro-encapsulados y PCM macro-encapsulados.

²El subenfriamiento (a veces llamada superenfriamiento, sobrefusión o subfusión) es el proceso de enfriar un líquido por debajo de su punto de congelación sin que este llegue a pasar a su fase sólida.

La micro-encapsulación podría definirse como el proceso de rodear o envolver una sustancia en otra sustancia a escala muy reducida, produciendo cápsulas que van desde menos de una micra a varios cientos de micras de tamaño [9]. Las micro-cápsulas pueden encontrarse, además, en distintas formas y geometrías; incorporando en el interior de todas ellas una cantidad pequeña de gotas de material de PCM en el núcleo.

Los tres estados de la materia (sólido, líquido y gas) pueden ser micro-encapsulados lo que tiene especial interés ya que permite que los materiales en fase líquida y de gas puedan ser manipulados con más facilidad ya que, independientemente del estado en el que se encuentre el PCM en el interior de la cápsula, ésta permanece en estado sólido al ser un polímero inerte y muy estable.

Por otro lado, el pequeño tamaño de cada cápsula favorece la transferencia de calor dentro del lecho ya que aumenta el área de contacto con el aire que entra en la columna.

La macro-encapsulación consiste en la creación de cápsulas esféricas de un tamaño mayor (3-5 mm) que contienen elevadas concentraciones de materiales con cambio de fase.

2.2.2. Elección del PCM para almacenamiento de calor en lecho fluido.

Un gran número de PCM como la Parafina, los ácidos grasos, el azúcar de los alcoholes y la materia orgánica han sido utilizados para climatización de edificios, tanto para calefacción como para refrigeración [5].

En el proceso de almacenamiento de calor, de entre los posibles PCM, serán más adecuados aquellos cuyo cambio de fase sea de sólido a líquido ya que, aunque la cantidad de energía almacenada es inferior que en otros, la variación de volumen es menor, lo que facilita el diseño de los equipos necesarios.

De entre aquellos cuyo cambio de fase es de sólido a líquido, los más comunes en el rango de temperaturas propio de los sistemas de almacenamiento de energía térmica (de entre 20 y 80 °C) son las ceras de parafina, sales hidratadas, mezclas eutécticas y ácidos grasos.[7]

Diversos autores verifican que la Parafina tiene una perfecta estabilidad térmica ya que no presenta ningún tipo de efecto en sus propiedades tras varios ciclos, como tampoco se ve afectado por el contacto con metales [5]. Además, las ceras de parafina están disponibles en el mercado pero su calor latente (hasta 200 kJ/kg) es sólo la mitad del de las sales hidratadas. Éstas, son más baratas que las ceras de parafina y también están disponibles en el mercado, pero tienen algunas desventajas como las bajas temperaturas de fusión o la corrosión en contacto con metales.

Parafina

Las parafinas³ son materiales orgánicos que aparecen como mezclas de hidrocarburos saturados. Estas mezclas normalmente consisten en un conjunto de numerosos alcanos obtenidos durante el proceso de refinamiento del crudo de petróleo o producidas sintéticamente mediante el proceso de Fisher-Tropsch. Después del enfriamiento son inodoros, insípidos y no tóxicos.

Desde un punto de vista práctico de su aplicación en sistemas de calefacción y refrigeración pasiva, son más interesantes las parafinas comerciales y las ceras de parafina, debido a su temperatura de fusión, ya que ésta abarca un amplio rango de temperaturas. Más concretamente, como elementos de acumulación de calor se utilizan las normal-parafinas ya que poseen mayor capacidad de acumulación.

³Para más información acerca de la parafina y las propiedades que favorecen su uso en sistemas de almacenamiento de energía térmica dirigirse a [6].

Capítulo 3

Modelo del lecho fluido

Los sistemas que se estudian a lo largo de este trabajo son sistemas de intercambio de calor o recuperadores de calor que funcionan mediante corrientes de un determinado fluido de trabajo, como aire. Una corriente caliente de aire transfiere su calor al sólido que lo almacena y que más tarde devolverá a una corriente de aire fría. Este tipo de intercambiadores son los más utilizados cuando manipulamos grandes cantidades de gases, cuando los gases van cargados de partículas o cuando almacenamos energía térmica procedente de una fuente intermitente de calor.

La explicación más simplificada del lecho fluido consistía en un modelo de dos fases: la fase gaseosa y la fase sólida, tomadas ambas como una mezcla perfecta en equilibrio térmico. Sin embargo, este modelo despreciaba la existencia de las burbujas de aire que aparecen conforme aumenta la velocidad del fluido de trabajo que pasa por el lecho y que hacen que el comportamiento térmico no sea tan sencillo.

Modelos posteriores consideran el lecho fluido como una composición de dos fases diferentes a las anteriormente propuestas que seguirían un esquema como el de la figura 3.1 [4]. La primera de ellas es una mezcla de partículas sólidas y gas, conocida como fase densa o fase emulsión. La segunda fase, o fase burbuja, la forman el conjunto de burbujas, que se originan en la entrada de aire y que recorrerán todo el lecho hasta que salen de él mientras que intercambian calor con la otra fase.

En el modelo de dos fases, las burbujas representan una gran cantidad de gas que no entra en contacto con las partículas sólidas haciendo que el gas caliente escape y la transferencia de calor entre las fases disminuya. El aumento del caudal del gas tiene como consecuencia un aumento en la cantidad de burbujas que atraviesan el lecho lo que hace que disminuya la eficiencia del sistema. En este contexto también es importante el efecto que produce el tamaño de las burbujas ya que, a menor tamaño de éstas, mayor será el área de transferencia de calor entre las fases lo que disminuye las pérdidas de energía y aumenta la eficiencia.

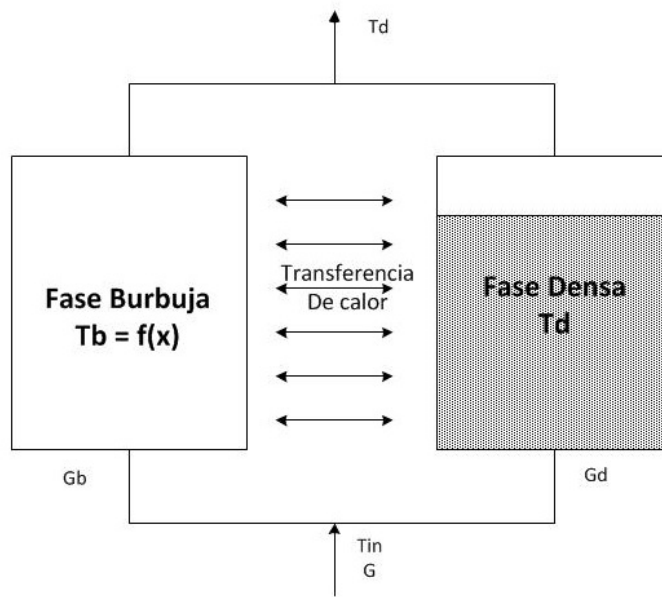


Figura 3.1: Representación esquemática del Modelo de Dos Fases

Hipótesis del modelo [4, 10]

1. El lecho está formado por dos fases: la fase burbuja y la fase densa (una mezcla de sólido-gas).
2. La fase burbuja está libre de sólidos. Las burbujas son de tamaño uniforme y están distribuidas equitativamente en todo el lecho.
3. La fase densa está completamente mezclada, es decir, no hay gradiente de temperatura en la mezcla. La temperatura de la fase burbuja, por el contrario, decrece a medida que pasa a través del lecho debido a la transferencia de calor de ésta a la fase densa.
4. La temperatura del fluido de trabajo a la salida del lecho es la misma que la temperatura de la fase densa.
5. Las propiedades térmicas del fluido de trabajo no varían en el espacio ni en el tiempo. Las variaciones en las propiedades del sólido dependerán del tipo de material con el que se trabaje.
6. No hay generación de calor dentro del lecho.
7. No se producen reacciones químicas.
8. Se desprecia la transferencia de calor por radiación dentro del lecho.
9. Se desprecia la transferencia de calor de la fase burbuja a las paredes del lecho cuando ambos contactan ya que la mayor parte de las burbujas van por el centro del lecho y, además, la transferencia de calor entre el gas de las burbujas y la pared es mucho menor que la de la fase densa a la pared.

El modelo propuesto en este trabajo incluirá también el almacenamiento de energía en las paredes del lecho y se tendrán en cuenta las pérdidas de calor al exterior.

3.1. Ecuaciones de conservación de la energía

Las ecuaciones de conservación de la energía son necesarias para modelar los diferentes procesos de transferencia de calor que tienen lugar en el sistema.

La transferencia de calor es función tanto de la geometría del sistema y las propiedades físicas de cada uno de los materiales que lo componen; como de la velocidad del fluido de trabajo, parámetro que define qué tipo de transferencia de calor tiene lugar dentro de la columna del lecho y que, además, es muy importante de cara a la generación de burbujas y la eficiencia del sistema, tal y como se ha explicado con anterioridad.

3.1.1. Fase densa de arena

$$(\rho_a \varepsilon c_{p,a} + \rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s}) A_d L \frac{\partial T_d}{\partial t} = G_d \rho_a c_{p,a} (T_{in} - T_d) + \int_0^L P_b h_b (T_b - T_d) dx + A_{wi} h_{wi} (T_w - T_d) \quad (3.1)$$

El término de la izquierda de la igualdad corresponde a la variación de temperatura de la fase densa, es decir, la capacidad que tiene para acumular calor, donde ρ_a y ρ_s corresponden a las densidades y $c_{p,a}$ y $c_{p,s}$ a los calores específicos del aire y del sólido respectivamente. ε es la fracción del lecho ocupada por el aire de tal modo que $(1 - \varepsilon)$ es la fracción del lecho ocupada por las partículas de material sólido.

De este término se desprecia la parte correspondiente al calor acumulado por el aire, ya que la capacidad calorífica de éste es mucho menor que la del sólido por lo que la ecuación de la energía para esta fase queda reducida a:

$$\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d L \frac{\partial T_d}{\partial t} = G_d \rho_a c_{p,a} (T_{in} - T_d) + \int_0^L P_b h_b (T_b - T_d) dx + A_{wi} h_{wi} (T_w - T_d) \quad (3.2)$$

Los términos de la derecha de la igualdad corresponden a la variación de entalpía del aire en el lecho, el intercambio de calor entre las burbujas y la fase densa y, por último, entre la fase densa y las paredes del lecho respectivamente.

El primer término G_d es el caudal volumétrico de aire a través de la fase densa. Se ha supuesto que todo el caudal necesario para producir la mínima fluidización de

éste pasa a través de la fase densa ($G_d = AU_{mf}$), mientras que el resto de caudal pasa por el lecho en forma de burbujas.

El término de la integral corresponde al calor que transmiten las burbujas a la fase densa. Como se ha explicado con anterioridad, el calor que aportan las burbujas a la fase densa depende de la posición del lecho que ocupen ya que disminuyen su temperatura conforme pasan a través de él. Aquí aparece el factor $P_b h_b$ o producto del perímetro de la burbuja con su respectivo coeficiente de transferencia de calor, que se obtendrá a partir del coeficiente de transferencia de calor entre las burbujas y la fase densa por unidad de volumen de burbujas dado por Kunii y Levespiel [2]:

$$H_{bc} = 4,5 \left(\frac{U_{mf} \rho_a c_{p,a}}{d_b} \right) + \frac{5,85 (k_a \rho_a c_{p,a})^{1/2} g^{1/4}}{d_b^{5/4}} \frac{W}{m^3 bubble K} \quad (3.3)$$

De tal modo que:

$$P_b h_b = \frac{S_b}{L} \frac{H_{bc} V_b}{L} = H_{bc} \frac{V_b}{L} = H_{bc} \frac{V_b}{V} \frac{V}{L} = H_{bc} \frac{V_b}{V} \frac{AL}{L} = H_{bc} \delta A \quad (3.4)$$

Donde δ es la fracción de burbujas en el volumen del lecho, o lo que es lo mismo, el área de la sección del lecho ocupada por burbujas respecto al área total de la sección del lecho: $\delta = \frac{V_b}{V} = \frac{A_b}{A}$. La fracción de burbujas también viene dada por [2]:

$$\delta = \frac{U - U_{mf}}{U_b} \quad (3.5)$$

Donde U es la velocidad superficial del aire, la diferencia $U - U_{mf}$ el exceso de velocidad que permite al lecho ser fluidizado; y U_b la velocidad de la burbuja que viene dada por [15]:

$$U_b = U - U_{mf} + 0,711 (gd_b)^{1/2} \quad (3.6)$$

Donde d_b es el diámetro de la esfera que se ha calculado usando la correlación de Darton et al. [11], que proporciona el diámetro de las burbujas en función de la distancia a la que se encuentran del distribuidor (ver figura 3.2):

$$d_{b,x} = \frac{0,54 (U - U_{mf})^{2/5} (x + 4\sqrt{A_o})^{4/5}}{g^{1/5}} \quad (3.7)$$

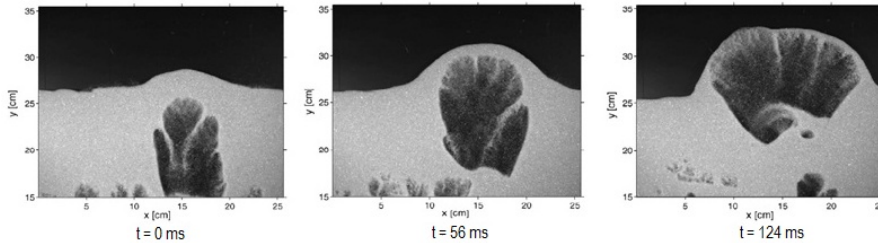


Figura 3.2: Evolución de una burbuja aislada en el lecho fluido [12]

Debido a la variación que sufren las burbujas a lo largo de su recorrido, d_b debe ser el resultado de su integración a lo largo del lecho, donde A_o es el área correspondiente a cada uno de los agujeros del distribuidor por donde pasa el aire.

$$\bar{d}_b = \frac{1}{L} \int_0^L d_{b,x} = \frac{0,54 (U - U_{mf})^{2/5}}{9/5 L g^{1/5}} \left[\left(L + 4\sqrt{A_o} \right)^{9/5} - \left(4\sqrt{A_o} \right)^{9/5} \right] \quad (3.8)$$

El último término corresponde a la transferencia de calor entre las paredes del lecho y la fase densa. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre el lecho y las paredes internas del contenedor puede ser calculado despreciando la transferencia de calor por radiación de acuerdo a [2]:

$$h_{wi} = \delta_w h_g + \frac{1 - \delta_w}{\frac{1}{2 \frac{k_{ew}^o}{d_s} + \alpha_w c_{p,a} \rho_a U} + \frac{1}{h_{packet}}} \quad (3.9)$$

Como ha sido mencionado en las hipótesis del modelo, la transferencia de calor entre la superficie interna del contenedor y las burbujas es considerada despreciable, por lo tanto $h_g = 0$.

δ_w es la fracción de burbujas cerca de la pared y será considerado igual a δ , es decir, se aproxima la fracción de burbujas en el lecho a la fracción de burbujas en la pared ya que, aunque como se ha comentado la gran mayoría de las burbujas pasan por el centro de la columna, este es un dato del lecho imposible de conocer con exactitud al tener las burbujas un comportamiento totalmente aleatorio.

k_{ew}^o se corresponde con el coeficiente de conductividad térmica de las paredes del contenedor [2]:

$$k_{ew}^o = \varepsilon_w k_a + (1 - \varepsilon_w) k_s \left[\frac{1}{\phi_w (k_s/k_a) + 1/3} \right] \quad (3.10)$$

en el que ϕ_w es la media del ancho de película de aire que se encuentra entre una partícula y la superficie cuyo valor está considerado igual a 0.25.

Por otro lado, d_s hace referencia al diámetro de las partículas de material sólido; y $\alpha_w = 0,05$ es una constante de ajuste calculada experimentalmente [2]. Finalmente, h_{packet} es el coeficiente de transferencia de calor entre un grupo de partículas con las paredes del lecho [2]

$$h_{packet} = 1,13 \left[\frac{k_e^o \rho_s (1 - \varepsilon_{mf}) c_{p,s} n_w}{(1 - \delta_w)} \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

Donde n_w es la frecuencia que tienen las burbujas en el lecho. k_e^o es el coeficiente de conductividad térmica efectiva de un lecho fijo con fluido estacionario [2]:

$$k_e^o = \varepsilon_{mf} k_a + (1 - \varepsilon_{mf}) k_s \left[\frac{1}{\phi_b (k_s/k_a) + 2/3} \right] \quad (3.12)$$

siendo ϕ_b es la media del ancho de película de aire que se encuentra entre dos partículas adyacentes, cuyo valor está considerado igual a 0,18.

3.1.2. Fase densa de PCM

De forma equivalente a la ecuación de la energía para la arena se obtiene la ecuación para el PCM. Hay que tener en cuenta que en este caso el calor específico del PCM cambia con respecto a la temperatura y por ello la ecuación está formulada en términos de la entalpía.

$$\rho_s (1 - \varepsilon) A_d L \frac{\partial i_d}{\partial t} = G_d \rho_a c_{p,a} (T_{in} - T_d) + \int_0^L P_b h_b (T_b - T_d) dx + A_{wi} h_{wi} (T_w - T_d) \quad (3.13)$$

3.1.3. Fase burbuja

$$\rho_a c_{p,a} A_b \frac{\partial T_b}{\partial t} = -G_b \rho_a c_{p,a} \frac{\partial T_b}{\partial x} + P_b h_b (T_d - T_b) \quad (3.14)$$

El término de la parte izquierda de la ecuación corresponde con la variación de la energía almacenada en la fase burbuja. Según la segunda hipótesis del modelo, se debe cumplir que la burbuja está completamente libre de partículas sólidas y por ello sólo tiene en cuenta la actuación del por aire. El primer término de la derecha de la ecuación corresponde a la variación de la temperatura de la burbuja con respecto a su posición en el lecho, donde G_b es el flujo volumétrico de aire que pasa a través del lecho en forma de burbuja ($G_b = A(U - U_{mf})$). Por último, el segundo término corresponde a la transferencia de calor entre la fase densa y la burbuja.

Los signos de la ecuación la ajustan de tal manera que se cumpla la conservación de la energía con el resto de ecuaciones.

3.1.4. Paredes del lecho

$$\rho_w c_{p,w} A_w L \frac{\partial T_w}{\partial t} = A_{wi} h_{wi} (T_d - T_w) + A_{wo} U_{wo} (T_0 - T_w) \quad (3.15)$$

El término de la izquierda de la igualdad corresponde a la cantidad de energía acumulada por las paredes del contenedor, donde ρ_w y $c_{p,w}$ son las propiedades del material de la columna y A_w corresponde al área transversal, o espesor de las paredes.

Al lado derecho de la igualdad están el término de transferencia de calor entre las paredes y la fase densa y, por último, el término de pérdidas al exterior del contenedor, en el que U_{wo} es el coeficiente global de transferencia de calor que depende de la geometría del contenedor, en este caso cilíndrica; y del espesor de las paredes como viene esquematizado en la figura 3.3 [13]:

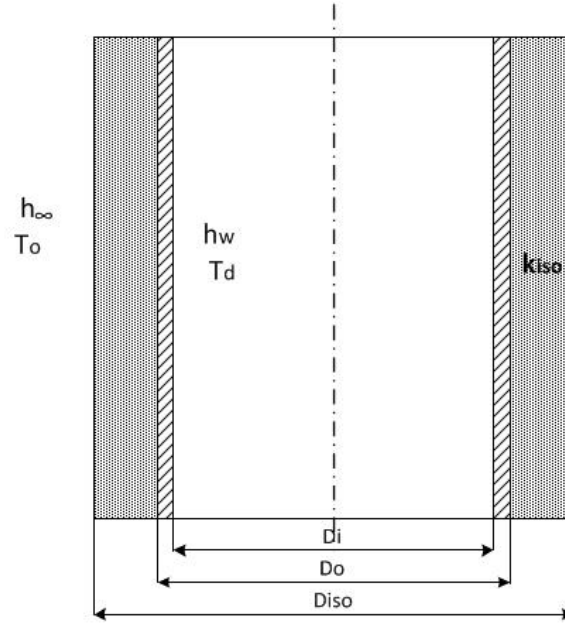


Figura 3.3: Representación esquemática de la geometría del lecho

En este caso se tomará dicho coeficiente teniendo en cuenta recubrimiento de aislante y el exterior del lecho; considerando que el almacenamiento de energía en el aislante es despreciable, de forma que:

$$U_{wo} = \frac{1}{\frac{\log \frac{D_{iso}}{D_o}}{2k_{iso}} D_o + \frac{D_o}{h_{\infty} D_{iso}}} \quad (3.16)$$

Para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección correspondiente al exterior del lecho ($h_{\infty} = \frac{Nu_L k_a}{L}$) se usará la correlación para el número de Nusselt correspondiente a la convección libre en un plano vertical ya que la geometría de la columna cumple que $\frac{D_{iso}}{L} > \frac{35}{Gr_L}$ [13]:

$$Nu_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad 10^1 < Ra < 10^{12} \quad (3.17)$$

Siendo: $Ra_L = Gr_L Pr$ y $Gr_L = \frac{g\beta(T_{iso,o} - T_o)L^3}{\nu_a^2}$; donde β es el coeficiente volumétrico de expansión térmica y se han tomado 20° como diferencia de temperatura entre la pared externa del aislante y la temperatura ambiente.

3.2. Condiciones iniciales y de contorno

Para completar la descripción matemática del modelo es necesario definir las condiciones iniciales y de contorno del problema, indispensables para llevar a cabo la resolución del problema.

Las condiciones iniciales aportan la información necesaria para comenzar los cálculos matemáticos. Dichas condiciones vienen referidas a cada una de las incógnitas de modelo del lecho fluido. Será considerado que tanto la fase densa como las paredes del lecho se encuentran a temperatura ambiente (T_0). La temperatura inicial de la fase burbuja será la misma.

$$\text{Para } t = 0 \quad : \quad T_d(t = 0) = T_b(t = 0) = T_w(t = 0) = T_0$$

Como condición de contorno está únicamente la entrada de aire al lecho, es decir, la coordenada del lecho $x = 0$ que será equivalente al nodo uno como se verá más adelante. Se considera pues que la temperatura de la fase burbuja en ese punto será igual a la temperatura del fluido de entrada, que será variable con el tiempo según se caliente o se enfríe.

$$\text{En } x = 0 : T_b(x = 0) = T_{in}$$

Ésto habrá de tenerse muy en cuenta a la hora de llevar a cabo el modelo matemático (ver sección 5.2).

Capítulo 4

Adimensionalización de las ecuaciones del modelo

Las ecuaciones se presentan de manera adimensional de tal modo que el sistema de ecuaciones diferenciales resultante sea un sistema más fácil de manejar a la hora de realizar los cálculos.

4.1. Variables adimensionales

Las variables adimensionales utilizadas para el acondicionamiento de las ecuaciones de energía son los siguientes:

Para la temperatura

$$\begin{aligned}\hat{T}_d &= \frac{T_d - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, & \hat{T}_b &= \frac{T_b - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, & \hat{T}_w &= \frac{T_w - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, \\ \hat{T}_0 &= \frac{T_0 - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, & \hat{T}_{in} &= \frac{T_{in} - T_0}{T_{max} - T_{min}}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Siendo T_d y T_b las temperaturas de las fases densa y burbuja respectivamente; T_w la temperatura de las paredes; T_0 corresponde a la temperatura inicial del lecho o, lo que es lo mismo, la temperatura ambiente cuando se inicia el proceso; y, por último, T_{in} , la temperatura de entrada al lecho. Por otro lado tenemos T_{max} y T_{min} , temperatura máxima y mínima de entrada al lecho.

Para la coordenada axial y el tiempo

$$\hat{t} = t \frac{U}{\varepsilon L}, \quad \hat{x} = \frac{x}{L} \quad (4.2)$$

Donde U es la velocidad del aire de entrada al lecho y L es la longitud del lecho.

Por otro lado, para el estudio del comportamiento del lecho de PCM también son necesarias las variables adimensionales del calor específico y la entalpía.

Calor específico

$$\hat{c}_{p,s} = \frac{c_{p,s}}{\bar{c}_{p,s}} \quad (4.3)$$

Entalpía del PCM

$$\hat{i}_d = \frac{i_d - i_{d,0}}{\bar{c}_{p,s} (T_{max} - T_{min})} = \int_{T_0}^{\hat{T}_d} \hat{c}_{p,s} d\hat{T}_d \quad (4.4)$$

Donde $\bar{c}_{p,s}$ es el poder calorífico medio de éste a lo largo de todo el proceso,

$$\bar{c}_{p,s} = \frac{1}{T_{max} - T_{min}} \int_{T_0}^{T_{max}} c_{p,s} d\hat{T}_d \quad (4.5)$$

y se ha considerado que la entalpía a la temperatura ambiente, $i_{d,0}$, es cero.

4.2. Adimensionalización de las ecuaciones

Para la adimensionalización de las ecuaciones, además del uso de las variables adimensionales explicadas anteriormente, es necesario adimensionalizar las derivadas parciales de forma correcta. Para ello se ha hecho uso de la regla de la cadena, de tal modo que se obtiene:

Derivada parcial de la temperatura respecto al tiempo:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial T_i}{\partial \hat{t}} \frac{\partial \hat{t}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \hat{t}} \left(\hat{T}_i (T_{max} - T_{min}) + T_0 \right) \frac{U}{\varepsilon L} = \frac{\partial \hat{T}_i}{\partial \hat{t}} (T_{max} - T_{min}) \frac{U}{\varepsilon L} \quad (4.6)$$

Donde el subíndice i hace referencia a la temperatura de cada una de las fases del sistema (densa y burbuja) y a la de la pared; siendo igual la adimensionalización para cada una de ellas.

Derivada parcial de la temperatura respecto a la coordenada axial:

$$\frac{\partial T_b}{\partial x} = \frac{\partial T_b}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{x}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left(\hat{T}_b (T_{max} - T_{min}) + T_0 \right) \frac{1}{L} = \frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{x}} (T_{max} - T_{min}) \frac{1}{L} \quad (4.7)$$

En esta adimensionalización el subíndice b hace referencia a la fase burbuja ya que únicamente esta fase tiene variación a lo largo del lecho.

4.2.1. Fase densa de arena

Aplicando las variables adimensionales (4.1), (4.2) y las adimensionalizaciones (4.6), (4.7) en la ecuación de la energía para la fase densa, obtenemos:

$$\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d (T_{max} - T_{min}) \frac{U}{L\varepsilon} \frac{\partial \hat{T}_d}{\partial \hat{t}} = G_d \rho_a c_{p,a} (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_{in} - \hat{T}_0) + \int_0^1 P_b h_b (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_b - \hat{T}_d) d\hat{x} + A_{wi} h_w (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_w - \hat{T}_d)$$

Una vez obtenida la forma adimensional de la ecuación de la energía, se simplifica y se despeja el término de la temperatura de la fase densa:

$$\frac{\partial \hat{T}_d}{\partial \hat{t}} = \frac{G_d \rho_a c_{p,a} (\hat{T}_{in} - \hat{T}_d)}{\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d \frac{U}{\varepsilon}} + \int_0^1 \frac{P_b h_b L (\hat{T}_b - \hat{T}_d) d\hat{x}}{\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d \frac{U}{\varepsilon}} + \frac{A_{wi} h_w (\hat{T}_w - \hat{T}_d)}{\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d \frac{U}{\varepsilon}}$$

a partir de la cual obtendremos los siguientes parámetros adimensionales:

Velocidad intersticial.

$$U_{int} = \frac{U}{\varepsilon} \quad (4.8)$$

Velocidad adimensional de la fase densa.

$$\hat{U}_d = \frac{G_d/A_d}{U} = \frac{U_d}{U} \quad (4.9)$$

Número adimensional, a partir de ahora denominado Ra_{a-d} , que relaciona la importancia de la capacidad calorífica del aire respecto a la del sólido.

$$Ra_{a-s} = \frac{\rho_a c_{p,a} \varepsilon}{\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s}} \quad (4.10)$$

Número adimensional semejante al número de Stanton¹ de las fases densa y burbuja; relaciona el coeficiente de transferencia de calor de la burbuja a la fase densa, respecto a la capacidad calorífica del sólido.

$$St_{b-s} = \frac{P_b h_b L}{\rho_s (1 - \varepsilon) c_{p,s} A_d U_{int}} \quad (4.11)$$

Número de Stanton de la pared interna del lecho respecto al sólido; relaciona el coeficiente de transferencia de calor por convección que hay entre la pared interna del lecho y la fase densa con la capacidad calorífica del sólido de la fase densa.

¹El número de Stanton recibe el nombre por Thomas Edward Stanton y tiene la forma $St = \frac{h}{\rho u c_p}$ donde:

h es el coeficiente de transferencia de calor por convección; ρ la densidad del fluido; u la velocidad del fluido; y c_p el calor específico del fluido.

Este número relaciona el calor transferido a un fluido respecto a su calor específico. Es usado principalmente para caracterizar la transferencia de calor en flujos de convección forzada como el que ocurre en el lecho fluido.

$$St_{wi-s} = \frac{A_{wi}h_{wi}}{\rho_s c_{p,s} (1 - \varepsilon) A_d U_{int}} \quad (4.12)$$

Tras realizar las simplificaciones la ecuación queda:

$$\frac{\partial \hat{T}_d}{\partial \hat{t}} = \hat{U}_d R_{a-s} (\hat{T}_{in} - \hat{T}_d) + \int_0^1 St_{b-s} (\hat{T}_b - \hat{T}_d) d\hat{x} + St_{wi-s} (\hat{T}_w - \hat{T}_d) \quad (4.13)$$

4.2.2. Fase densa de PCM

La adimensionalización de la ecuación de la energía para el PCM se obtiene de manera similar con la salvedad de que al tener un calor específico variable con la temperatura, los números $R_{a,s}$, St_{b-s} y St_{wi-s} pasarán a tener la forma:

$$R_{a-s} = \frac{\rho_a c_{p,a} \varepsilon}{\rho_d (1 - \varepsilon) \bar{c}_{p,s}}, \quad St_{b-s} = \frac{P_b h_b L}{\rho_s (1 - \varepsilon) \bar{c}_{p,s} A_d U_{int}}, \quad St_{wi-s} = \frac{A_{wi} h_{wi}}{\rho_s (1 - \varepsilon) \bar{c}_{p,s} A_d U_{int}}$$

Quedando la forma adimensional de la ecuación como:

$$\frac{\partial \hat{i}_d}{\partial \hat{t}} = \hat{U}_d R_{a-s} (\hat{T}_{in} - \hat{T}_d) + \int_0^1 St_{b-s} (\hat{T}_b - \hat{T}_d) d\hat{x} + St_{wi-s} (\hat{T}_w - \hat{T}_d) \quad (4.14)$$

Si se presta atención a las ecuaciones 4.13 y 4.14 es fácil darse cuenta como la parte de la derecha de la igualdad está escrita del mismo modo. Esto permitirá utilizar las mismas ecuaciones del método numérico (capítulo 5) para ambos tipos de lecho, teniendo en cuenta siempre que los números adimensionales no son los mismos.

4.2.3. Fase burbuja

Aplicando las variables adimensionales (4.1), (4.2) y las adimensionalizaciones (4.6), (4.7) en la ecuación de la energía para la fase burbuja obtenemos:

$$\rho_a c_{p,a} A_b (T_{max} - T_{min}) \frac{U}{\varepsilon L} \frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{t}} = -G_b \rho_a c_{p,a} (T_{max} - T_{min}) \frac{1}{L} \frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{x}} + P_b h_b (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_d - \hat{T}_b)$$

Del mismo modo que ocurría para la ecuación adimensional de la fase densa, aparecen los siguientes términos adimensionales:

Velocidad adimensional de la burbuja.

$$\hat{U}_b = \frac{G_b/A_b}{U} = \frac{U_b}{U} \quad (4.15)$$

Número de Stanton para la fase burbuja y el aire que relaciona el coeficiente de transferencia de calor de la fase burbuja con la capacidad calorífica del aire.

$$St_{b-a} = \frac{P_b h_b L}{\rho_a c_{p,a} A_b U_{int}} \quad (4.16)$$

Quedando finalmente la ecuación:

$$\frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{t}} = -\hat{U}_b \varepsilon \frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{x}} + St_{b-a} (\hat{T}_d - \hat{T}_b) \quad (4.17)$$

4.2.4. Paredes del lecho

De la misma manera que para las ecuaciones de energía de las fases densa y burbuja, se introducen las adimensionalizaciones (4.1), (4.2), (4.6) y (4.7):

$$\begin{aligned} \rho_w c_{p,w} A_w L (T_{max} - T_{min}) \frac{U}{\varepsilon L} \frac{\partial \hat{T}_w}{\partial \hat{t}} = & A_{wi} h_{wi} (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_d - \hat{T}_w) + \\ & + A_{wo} U_{wo} (T_{max} - T_{min}) (\hat{T}_0 - \hat{T}_w) \end{aligned}$$

Igual que en las anteriores aparece el número de Stanton dos veces más para así relacionar el coeficiente de transferencia de calor de las paredes interna y externa del lecho con la capacidad calorífica del material de la pared.

$$St_{wi-w} = \frac{A_{wi} h_{wi}}{\rho_w c_{p,w} A_w U_{int}} \quad (4.18)$$

$$St_{wo-w} = \frac{A_{wo} U_{wo}}{\rho_w c_{p,w} A_w U_{int}} \quad (4.19)$$

Quedado la ecuación adimensional final de la forma:

$$\frac{\partial \hat{T}_w}{\partial \hat{t}} = St_{wi-w} (\hat{T}_d - \hat{T}_w) - St_{wo-w} (\hat{T}_0 - \hat{T}_w) \quad (4.20)$$

4.3. Adimensionalización de las condiciones iniciales y de contorno

Del mismo modo que se han adimensionalizado todas las expresiones del modelo, se tendrá que adimensionalizar las condiciones iniciales. Para ello únicamente habrá que utilizar las expresiones adimensionales para la temperatura (4.1):

$$\hat{T}_d (\hat{t} = 0) = \frac{T_d (t = 0) - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} = \frac{T_0 - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$$

$$\hat{T}_b (\hat{t} = 0) = \frac{T_0 - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, \quad \hat{T}_w (\hat{t} = 0) = \frac{T_0 - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}, \quad \hat{T}_{in} (\hat{t} = 0) = \frac{T_{in} - T_0}{T_{max} - T_{min}}$$

Capítulo 5

Método numérico

5.1. Introducción al método

Para la resolución del sistema de ecuaciones que se plantea (4.13), ((4.14) en el caso de PCM), (4.17) y (4.20) se hace uso del método de Runge-Kutta de orden cuatro [14].

Se trata un método explícito usado para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales de forma iterativa mediante la aproximación de la derivada parcial. En cada iteración, también denominada etapa, se obtiene el resultado para un instante determinado a partir del cual se obtiene el dato para el instante posterior:

$$(t^j, T^j) \rightarrow (t^{j+1}, T^{j+1})$$

El caso de estudio de un lecho fluido se trata de un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas. Cada una de las etapas obtendrá el resultado de las tres incógnitas de tal modo que se cumple que:

$$(t_j, T_d^j, T_{b,i}^j, T_w^j) \rightarrow (t_{j+1}, T_d^{j+1}, T_{b,i}^{j+1}, T_w^{j+1})$$

El número de etapas es elegido según las necesidades y en este caso estará relacionado con el intervalo de tiempo (Δt) que habrá entre el cálculo de una temperatura y su predecesora. Hay que tener en cuenta que cuanto menor sea el intervalo entre dos etapas menor será el error cometido y mejores serán los resultados obtenidos, por ello se elegirá un intervalo de tiempo lo más pequeño posible.

$$t_{j+1} = t_j + \Delta t$$

La aproximación de la derivada parcial se lleva a cabo como una función del tiempo y del resto de variables:

$$\frac{\partial T_{d/b/w}}{\partial t} = f(t, T_d, T_b, T_w) \quad (5.1)$$

Para obtener la solución exacta dicha función se forma a partir de cuatro coeficientes, denominados *pendientes del método*, siguiendo la ecuación genérica:

$$T^{j+1} = T^j + \frac{1}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

Cada pendiente es función de su predecesora, así como, de cada una de las variables del sistema de ecuaciones, siguiendo el siguiente esquema:

$$\begin{aligned} K_1 &= \Delta t f(t^j, T^j, \dots) \\ K_2 &= \Delta t f\left(t^j + \frac{\Delta t}{2}, T^j + \frac{1}{2}K_1, \dots\right) \\ K_3 &= \Delta t f\left(t^j + \frac{\Delta t}{2}, T^j + \frac{1}{2}K_2, \dots\right) \\ K_4 &= \Delta t f(t^j + \Delta t, T^j + K_3, \dots) \end{aligned} \tag{5.2}$$

De tal modo que así se cumple la forma de (5.1).

5.2. Aplicación del método al lecho fluido

El lecho fluido está formado, como se ha visto anteriormente, por dos fases diferenciadas que intercambian calor entre sí al mismo tiempo que lo intercambian con las paredes del sistema. Es precisamente ese sistema de ecuaciones el que se quiere resolver mediante el Método Runge-Kutta.

Teniendo en cuenta que se trata de tres ecuaciones diferentes, es necesario que para cada una de ellas se realice una aproximación diferente, pasando las ecuaciones (4.13), (4.17) y (4.20) a seguir el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \hat{T}_d^{j+1} &= \hat{T}_d^j + \frac{1}{6} (K_{1d} + 2K_{2d} + 2K_{3d} + K_{4d}) \\ \hat{T}_b^{j+1} &= \hat{T}_b^j + \frac{1}{6} (K_{1b} + 2K_{2b} + 2K_{3b} + K_{4b}) \\ \hat{T}_w^{j+1} &= \hat{T}_w^j + \frac{1}{6} (K_{1dw} + 2K_{2w} + 2K_{3w} + K_{4w}) \end{aligned} \tag{5.3}$$

Sin embargo, el sistema se complica para la fase burbuja debido a la variación que sufre su temperatura con respecto a su posición en el lecho. Para la correcta aproximación de los cálculos de esta fase se divide el lecho en diferentes nodos, o regiones, tal y como se muestra en la figura 5.1. La distancia entre cada uno de los nodos debe ser lo suficientemente pequeña como para que el error sea el mínimo (Δx).

El cálculo de la temperatura de cada nodo se hace tomando un punto céntrico de dicho nodo que se considerará representativo de la región a la que pertenece, de

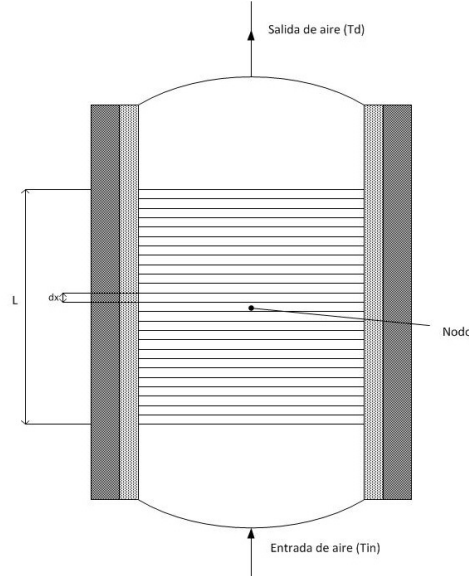


Figura 5.1: Representación de la disposición de los nodos

tal modo que la temperatura obtenida en cada nodo corresponderá a la temperatura de la región completa para el instante dado.

Para obtener los resultados de cada uno de los nodos, es necesario asignar una ecuación diferente a cada uno de ellos. Ahora el sistema pasa a ser un sistema de $N+2$ ecuaciones, siendo N el número de nodos elegidos:

$$\begin{aligned}\hat{T}_d^{j+1} &= \hat{T}_d^j + \frac{1}{6} (K_{1d} + 2K_{2d} + 2K_{3d} + K_{4d}) \\ \hat{T}_{b,i}^{j+1} &= \hat{T}_{b,i}^j + \frac{1}{6} (K_{1b,i} + 2K_{2b,i} + 2K_{3b,i} + K_{4b,i}) \\ \hat{T}_w^{j+1} &= \hat{T}_w^j + \frac{1}{6} (K_{1dw} + 2K_{2w} + 2K_{3w} + K_{4w})\end{aligned}\tag{5.4}$$

En el que el subíndice i corresponde a cada uno de los nodos del lecho.

Como ya se ha visto, a cada ecuación del sistema le corresponde cuatro pendientes diferentes como las de (5.2), cada una de las cuales sigue la forma de su correspondiente ecuación diferencial, según sea la fase densa de arena (4.13), la fase burbuja (4.17) o las paredes (4.20).

A continuación se desarrolla la forma de cada una de las pendientes de cada una de las ecuaciones:

Primera pendiente K_{1i}

Para la fase densa

Para la fase densa, siguiendo (4.13) tenemos:

$$K_{1d} = \Delta \hat{t} \left[\hat{U}_d R_{a-s} (\hat{T}_{in}^j - \hat{T}_d^j) + \int_0^1 St_{b-s} (\hat{T}_b^j - \hat{T}_d^j) d\hat{x} + St_{wi-s} (\hat{T}_w^j - \hat{T}_d^j) \right] \quad (5.5)$$

Para cada nodo de la fase burbuja

En la fase burbuja hay que tener un poco más de cuidado a la hora de elegir la forma de la pendiente ya que en la ecuación (4.17) aparece una derivada parcial con respecto del espacio ($\frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{x}}$). Para poder usar correctamente esta ecuación en el método se ha utilizado una discretización espacial regresiva de tal modo que ahora se tiene:

$$\frac{\partial \hat{T}_b}{\partial \hat{t}} = -\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,i}^j - \hat{T}_{b,i-1}^{j+1}}{\Delta x} + St_{b-a} (\hat{T}_d - \hat{T}_b) \quad (5.6)$$

En concreto, la ecuación para el primer nodo conlleva el uso de la condición de contorno, por lo que para él no es necesario una ecuación específica.

Para la fase burbuja la primera pendiente se da para el segundo nodo, en el que se cumple: $\hat{T}_{b,2-1}^{j+1} = \hat{T}_{b,1}^{j+1} = T_{in}$; y, por lo tanto, es necesario especificar una ecuación diferente a la del resto de nodos del dominio.

Para el nodo i=2

$$K_{1b,2} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,2}^j - \hat{T}_{in}^j}{\Delta x} + St_{b-a} (\hat{T}_d^j - \hat{T}_{b,2}^j) \right] \quad (5.7)$$

A partir del nodo 2, el resto de nodos sigue la forma genérica:
Para el nodo i=3:N

$$K_{1b,i} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,i}^j - \hat{T}_{b,i-1}^j}{\Delta x} + St_{b-a} (\hat{T}_d^j - \hat{T}_{b,i}^j) \right] \quad (5.8)$$

Para las paredes del lecho

Por último, para las paredes del lecho, siguiendo la ecuación (4.20) se tiene que:

$$K_{1w} = \Delta \hat{t} \left[St_{wi-w} (\hat{T}_d^j - \hat{T}_w^j) + St_{wo-w} (\hat{T}_0^j - \hat{T}_w^j) \right] \quad (5.9)$$

Segunda pendiente K_{2i}

A la hora de la formulación de las ecuaciones de la segunda pendiente, tanto para cada una de las fases como para las paredes del lecho, hay que ser cuidadoso ya que la forma cambia respecto a la primera, tal y como queda recogido en (5.2).

En primer lugar, aquellas variables que estén dadas como función del tiempo tendrán que ser evaluadas en el instante $\frac{\Delta t}{2}$. Este es el caso de la temperatura a la entrada, que en lo sucesivo aparecerá como $\frac{\hat{T}_{in}^j + \hat{T}_{in}^{j+1}}{2}$.

En segundo lugar, cada una de las variables no temporales viene acompañada de la pendiente previa multiplicada por un factor de 1/2.

Siguiendo estas indicaciones se tiene:

Para la fase densa

$$K_{2d} = \Delta \hat{t} \left[\hat{U}_d R_{a-s} \left(\frac{\hat{T}_{in}^j - \hat{T}_{in}^{j+1}}{2} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} \right) \right) + \int_0^1 St_{b-s} \left(\hat{T}_b^j + \frac{1}{2} K_{1b} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} \right) \right) d\hat{x} + St_{wi-s} \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{1w} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} \right) \right) \right] \quad (5.10)$$

Para cada nodo de la fase burbuja

Para el nodo $i=2$

$$K_{2b,2} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,2}^j + \frac{1}{2} K_{1b,2} - \frac{\hat{T}_{in}^j + \hat{T}_{in}^{j+1}}{2}}{\Delta x} + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} - \left(\hat{T}_{b,2}^j - \frac{1}{2} K_{1b,2} \right) \right) \right] \quad (5.11)$$

Para el nodo $i=3:N$

$$K_{2b,i} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,i}^j + \frac{1}{2} K_{1b,i} - \left(\hat{T}_{b,i-1}^j + \frac{1}{2} K_{1b,i-1} \right)}{\Delta x} + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} - \left(\hat{T}_{b,i}^j - \frac{1}{2} K_{1b,i} \right) \right) \right] \quad (5.12)$$

Para las paredes del lecho

$$K_{2w} = \Delta \hat{t} \left[St_{wi-w} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{1d} - \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{1w} \right) \right) + \right. \\ \left. + St_{wo-w} \left(\hat{T}_0 - \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{1w} \right) \right) \right] \quad (5.13)$$

Tercera pendiente K_{3i}

Como se puede ver en (5.2), la tercera de las pendientes sigue la misma forma que la segunda con la salvedad de que, en este caso, las ecuaciones vienen dadas como función de la segunda pendiente y no de la primera.

Para la fase densa

$$K_{3d} = \Delta \hat{t} \left[\hat{U}_d R_{a-s} \left(\frac{\hat{T}_{in}^j - \hat{T}_{in}^{j+1}}{2} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} \right) \right) + \right. \\ \left. + \int_0^1 St_{b-s} \left(\hat{T}_b^j + \frac{1}{2} K_{2b} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} \right) \right) d\hat{x} + \right. \\ \left. + St_{wi-s} \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{2w} - \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} \right) \right) \right] \quad (5.14)$$

Para cada uno de los nodos de la fase burbuja

Para el nodo $i=2$

$$K_{3b,2} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,2}^j + \frac{1}{2} K_{2b,2} - \frac{\hat{T}_{in}^j + \hat{T}_{in}^{j+1}}{2}}{\Delta x} + \right. \\ \left. + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} - \left(\hat{T}_{b,2}^j - \frac{1}{2} K_{2b,2} \right) \right) \right] \quad (5.15)$$

Para el nodo $i=3:N$

$$K_{3b,i} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,i}^j + \frac{1}{2} K_{2b,i} - \left(\hat{T}_{b,i-1}^j + \frac{1}{2} K_{2b,i-1} \right)}{\Delta x} + \right. \\ \left. + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} - \left(\hat{T}_{b,i}^j - \frac{1}{2} K_{2b,i} \right) \right) \right] \quad (5.16)$$

Para las paredes del lecho

$$K_{3w} = \Delta \hat{t} \left[St_{wi-w} \left(\hat{T}_d^j + \frac{1}{2} K_{2d} - \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{2w} \right) \right) + \right. \\ \left. + St_{wo-w} \left(\hat{T}_0 - \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{2w} \right) \right) \right] \quad (5.17)$$

Cuarta pendiente K_{4i}

La cuarta pendiente vuelve a cambiar la forma según (5.2). En este caso, la variable dada como función del tiempo tiene que ser evaluada en el instante Δt posterior, es decir, pasará a ser únicamente \hat{T}_{in}^{j+1} ; mientras que las temperaturas vendrán acompañadas de la tercera constante, en esta ocasión sin estar multiplicada por ninguna constante.

Para la fase densa

$$K_{4d} = \Delta \hat{t} \left[\hat{U}_d R_{a-s} \left(\hat{T}_{in}^{j+1} - \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} \right) \right) + \right. \\ \left. + \int_0^1 St_{b-s} \left(\hat{T}_b^j + K_{3b} - \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} \right) \right) d\hat{x} + \right. \\ \left. + St_{wi-s} \left(\hat{T}_w^j + K_{3w} - \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} \right) \right) \right] \quad (5.18)$$

Para cada uno de los nodos de la fase burbuja

Para el nodo $i=2$

$$K_{4b,2} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,2}^j + K_{3b,2} - \hat{T}_{in}^{j+1}}{\Delta x} + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} - \left(\hat{T}_{b,2}^j - K_{3b,2} \right) \right) \right] \quad (5.19)$$

Para el nodo $i=3:N$

$$K_{4b,i} = \Delta \hat{t} \left[-\hat{U}_b \varepsilon \frac{\hat{T}_{b,i}^j + K_{3b,i} - \left(\hat{T}_{b,i-1}^j + K_{3b,i-1} \right)}{\Delta x} + \right. \\ \left. + St_{b-a} \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} - \left(\hat{T}_{b,i}^j - K_{3b,i} \right) \right) \right] \quad (5.20)$$

Para las paredes del lecho

$$K_{4w} = \Delta \hat{t} \left[St_{wi-w} \left(\hat{T}_d^j + K_{3d} - \left(\hat{T}_w^j + K_{3w} \right) \right) + \right. \\ \left. + St_{wo-w} \left(\hat{T}_0 - \left(\hat{T}_w^j + \frac{1}{2} K_{3w} \right) \right) \right] \quad (5.21)$$

Capítulo 6

Método experimental

Para poder verificar si el método matemático propuesto es válido, es decir, si los resultados que se obtienen del él se aproximan a los que se obtendrían en cualquier instalación real, es necesario comparar los dichos resultados con los recogidos en una instalación experimental.

6.1. Descripción de la instalación experimental

En este trabajo se compararán los resultados obtenidos con los datos¹ medidos en la instalación experimental de la Universidad de Castilla y la Mancha y que fueron facilitados por la tutora del presente Trabajo Fin de Grado. La figura 6.1 representa un esquema aproximado de la instalación:

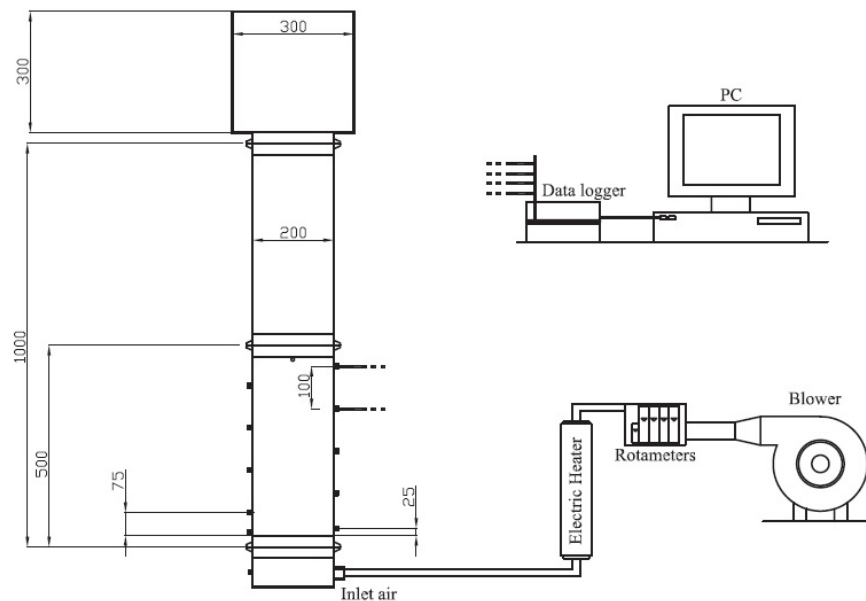


Figura 6.1: Representación esquemática del equipo experimental [8]

¹Datos aportados por el Instituto de Investigación de Energías Renovables, Departamento de Eficiencia Solar y Energética, Universidad de Castilla y la Mancha, Campus de Albacete. C/ de la Investigación s/n, 02071 Albacete, España.[8]

El lecho consiste en un tubo cilíndrico de acero inoxidable de paredes de 2mm de espesor relleno de partículas.

El flujo de aire es producido por un soplante de aire controlado por un variador de velocidad que permite obtener resultados para diferentes caudales de aire. Posteriormente es calentado por una serie de resistencias eléctricas (elemento clave para poder simular el proceso de carga del lecho) para después ser canalizado por una tubería recubierta de material aislante hasta entrar en la columna. Finalmente el aire entra en el interior de la columna del lecho a través de un plato distribuidor de espesor 1.5mm y 300 perforaciones de diámetro 2mm de manera que entre de forma uniforme a través del área transversal del lecho. Una fina malla protectora cubre el fondo del distribuidor para prevenir que las partículas sólidas no retrocedan y salgan del lecho por la parte inferior.

Una vez la temperatura del lecho se estabiliza, se deja de calentar la corriente de aire de entrada, momento a partir del cual tanto el aire como la temperatura del lecho comienzan a descender.

Para poder medir la evolución temporal de la temperatura a lo largo del lecho se dispone de una serie de termopares a diferentes alturas que están conectados a un sistema de adquisición de datos que monitorizará el experimento durante toda su duración; y que se encuentran a una distancia de 2,5cm, 7,5cm, 12,5cm y 17,5 respecto del plato distribuidor.

La parte de la columna correspondiente al espacio del lecho que está monitorizado tiene una longitud de 500mm y un diámetro interno de 200mm, además está aislado por 2cm de lana de vidrio.

6.2. Características del lecho

Los datos con los que se trabaja para la obtención de los resultados del modelo, y que se corresponden con las características reales de la instalación, vienen resumidos a continuación.

6.2.1. Parámetros del lecho fluidizado.

- Fracción del lecho ocupada por aire² : $\varepsilon = 0,45$
- Mínima velocidad de fluidización. Varía dependiendo del material según las propiedades hidrodinámicas del lecho [8]:
 - Para el lecho de arena: $U_{mf} = 0,33$ m/s.
 - Para el lecho de PCM: $U_{mf} = 0,13$ m/s.

²Dato experimental

- Número de orificios de entrada de aire: 300
- Frecuencia de las burbujas: 3 *burbujas/s*

6.2.2. Parámetros geométricos de la columna del lecho.

Los parámetros geométricos están referidos a las dimensiones de la columna en la que está contenida el lecho, que ya fueron comentados previamente al comienzo de este apartado, quedan resumidos en:

- Altura del lecho: $H = 0,21m$
- Diámetro interno del lecho: $D_i = 0,2m$
- Diámetro externo del lecho: $D_o = 0,204m$
- Diámetro exterior del material aislante $D_{iso} = 0,244m$

6.2.3. Propiedades del material de la columna

El material del que está fabricada la columna del lecho, de diámetro interno D_i y espesor de 2mm, está fabricado del acero inoxidable AISI 304 cuyas propiedades son:

- Densidad: $\rho_w = 7900 \text{ kg/m}^3$
- Conductividad térmica: $k_w = 14,9 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
- Calor específico: $c_{p,w} = 477 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

6.2.4. Propiedades del material aislante de la columna

Como ya se ha comentado la columna en la que tiene lugar el proceso de transferencia de calor está recubierto de un material aislante de tal modo que se reduzcan al mínimo las pérdidas de calor al exterior. Se trata de un revestimiento de lana de vidrio cuyas propiedades son:

- Densidad: $\rho_{iso} = 32 \text{ kg/m}^3$
- Conductividad térmica: $k_{iso} = 0,038 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
- Calor específico: $c_{p,iso} = 835 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

6.3. Propiedades de los materiales utilizados

Los materiales elegidos para este estudio fueron arena de sílice, material muy utilizado tanto en lechos fijos como en lechos fluidos; y un compuesto granular de PCM (Rubitherm®- GR50). En la tabla 6.1 se encuentran algunas de sus propiedades físicas y geométricas:

Cuadro 6.1: Propiedades de los materiales utilizados en los experimentos [8]

| Material | ρ (kg/m^3) ^a | k (W/mK) ^b | \bar{d}_p (mm) ^a |
|-----------|----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| Arena | 2623.3 | 0.27 | 0.6 |
| GR50 Fino | 1550.5 | 0.2 | 0.54 |

^a Datos medidos a temperatura ambiente

^b Datos del fabricante

6.3.1. Arena

La arena es un material que no cambia de fase, es decir, almacenará calor sensible. Por ello su calor específico es aproximadamente lineal con la temperatura, con una ligera variación de entre los $0.6 \text{ kJ}/(\text{kgK})$ entorno a los 20°C y los $0.8 \text{ kJ}/(\text{kgK})$ en torno a los 95°C (ver figura 6.2). Sin embargo para la simplificación los cálculos se elegirá un valor constante para todo el proceso, y que se especificará más adelante.

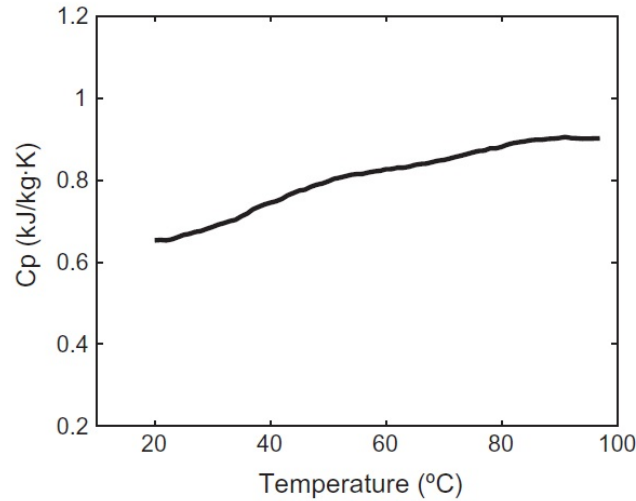


Figura 6.2: Variación del calor específico de la arena con respecto a la temperatura

6.3.2. Material de cambio de fase

El PCM utilizado en este estudio es un material granulado con el núcleo relleno de parafina, mientras que su revestimiento está formado por una estructura de SiO_2 . Es comercializado en dos tamaños: de grano más grueso de entre 1 y 3 mm, apropiado para lechos fijos; y en grano más fino, de entre 0,2 y 0,6 mm. Tanto este último como la arena son materiales más apropiados para lechos fluidos en los que aparece la acción de burbujas por ello serán los elegidos para este proceso [8].

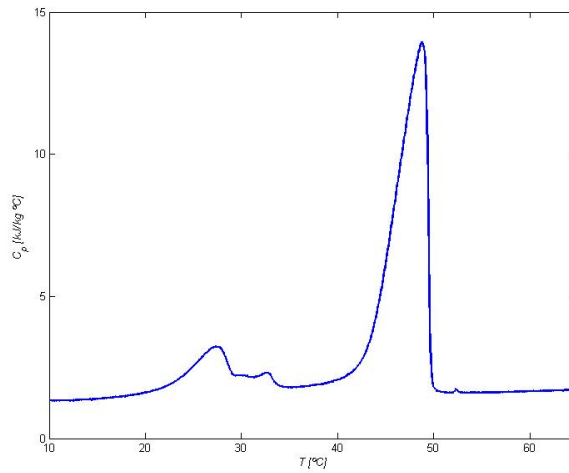
Para obtener las propiedades térmicas de este PCM se procedió a su caracterización mediante el método de calorimetría diferencial gracias al cual se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 6.2.

Cuadro 6.2: Caracterización del PCM mediante calorimetría diferencial [8]

| Material | $c_{p,s}$ (J/kgK) | k $c_{p,l}$ (J/kgK) | h_{ld} (J/kg) | T_{on} (°C) | T_s (°C) | T_l (°C) | T_{end} (°C) | T_p (°C) |
|-----------|----------------------|--------------------------|--------------------|------------------|---------------|---------------|-------------------|---------------|
| GR50 Fino | 1458.3 | 1668.7 | 52050 | 39.4 | 45.3 | 51.6 | 54.3 | 49.8 |

Gracias al proceso de calorimetría se conoce que proceso de cambio de fase sólido-líquido abarca el rango de temperaturas de entre 45.3 y los 51.6 °C, siendo la temperatura de cambio de fase 49.8°C.

Para el PCM hay una clara variación del calor específico con respecto a la temperatura, observándose un pico entre los 42 y los 50 °C, momento en el que ocurre el cambio de fase; tal y como se muestra en la figura 6.3.


Figura 6.3: Variación del calor específico del PCM con respecto a la temperatura

6.4. Propiedades del aire

El aire que entra en la columna no permanece a una temperatura constante a lo largo del proceso, sino que tiene una evolución temporal desde la temperatura ambiente hasta un máximo de 65°, simulando un proceso térmico de carga real, momento en el que se deja de calentar y se apagan las resistencias. Sin embargo, como puede verse en la figura 6.4, para los distintos procesos (en lecho fluido de arena o PCM) la temperatura del aire sigue comportamientos diferentes ya que fue calentado de forma diferente.

A pesar de que la temperatura sufre un transitorio, la mayor parte del tiempo el aire se encontrará en el máximo, por lo que para el cálculo numérico se han elegido

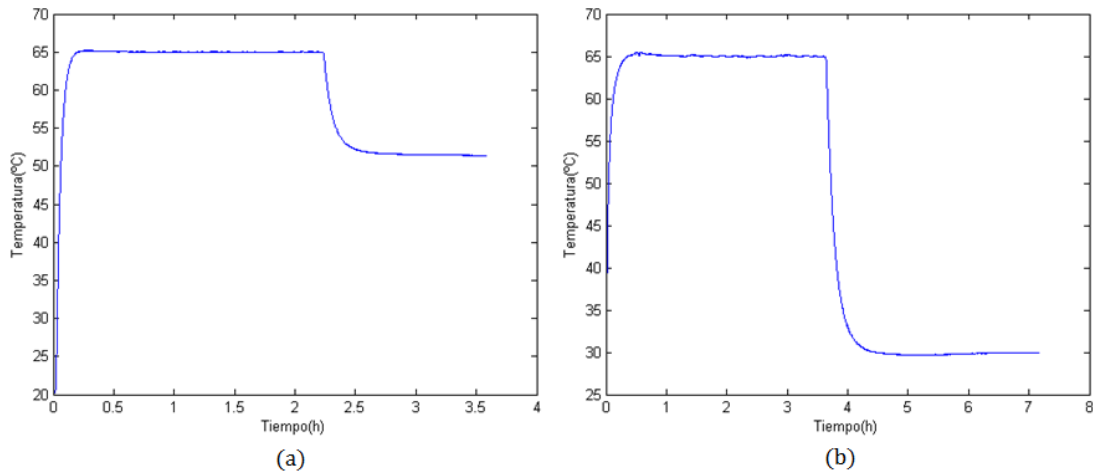


Figura 6.4: Evolución temporal de la temperatura del aire de entrada en el lecho fluido de (a) arena y (b) PCM

sus propiedades a, aproximadamente, dicha temperatura.

- Densidad: $\rho_a = 1,18 \text{ kg/m}^3$
- Conductividad térmica: $k_a = 0,02624 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
- Calor específico: $c_{p,iso} = 1012 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$
- Viscosidad dinámica: $\mu_a = 1,8462 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$

6.5. Resultados experimentales

En la instalación experimental se llevaron a cabo los procesos de almacenamiento de calor tanto en el lecho fluido de arena, como en el lecho fluido de PCM. Para cada uno de ellos se obtuvo un conjunto de datos compuesto por las temperaturas medidas en cada uno de los termopares en cada instante programado. De este modo se consiguió obtener la evolución de la temperatura del lecho en cada uno de esos puntos tal y como se muestran en las figuras 6.5 y 6.6:

6.5.1. Resultados del lecho de arena

En el caso del lecho de arena la temperatura tiende a parecerse en gran medida a la temperatura del aire de entrada, de tal modo que cuando éste se calienta, el lecho también se calienta, manteniéndose a la máxima temperatura la misma cantidad de tiempo que se mantiene caliente el aire. Este comportamiento lleva a que en el momento en el que el aire deja de ser calentado y baja su temperatura, la temperatura de la arena también desciende, aunque lo hace a menor velocidad que el aire. Esa diferencia de tiempo corresponderá al tiempo que la arena es capaz de almacenar el calor.

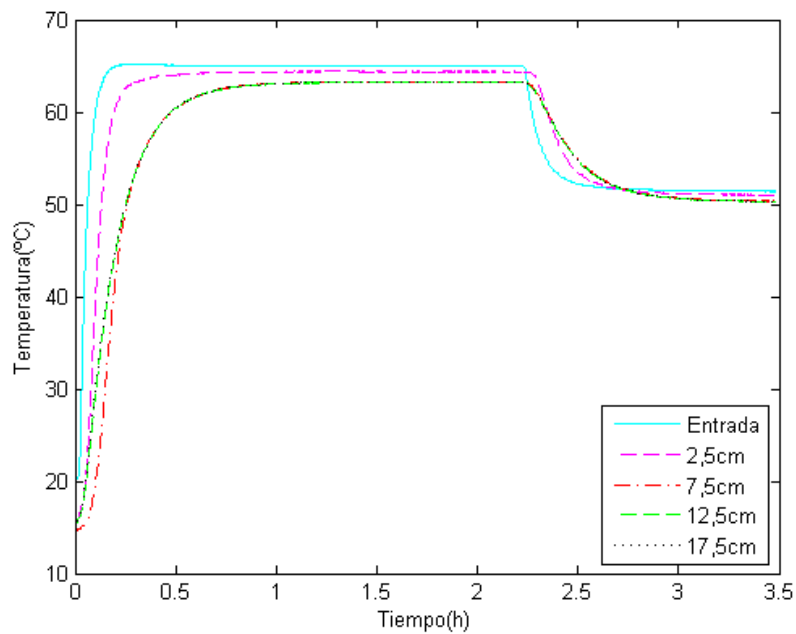


Figura 6.5: Resultados experimentales obtenidos para el lecho fluido de arena.

6.5.2. Resultados del lecho de PCM

En el caso del lecho de PCM, el comportamiento de la temperatura del material no se ajusta al comportamiento del aire de la misma manera que lo hace la arena. En lugar de un aumento de temperatura progresivo, aparecen dos cambios en la pendiente en las curvas, aproximadamente entre los 45 y los 50 °C. Estas variaciones en la pendiente se encuentran en el rango de temperaturas en el que, según el proceso de calorimetría, se produce el cambio de fase. Se puede deducir entonces que el cambio de pendiente refleja la variación en el comportamiento de la temperatura debido al cambio de fase.

Cabe destacar cómo el enfriamiento del PCM comienza siendo relativamente rápido hasta llegar al cambio de fase, momento a partir del cual el enfriamiento comienza a ser mucho más lento lo que lleva a pensar que la capacidad de almacenamiento del material es mayor en su fase sólida. Mientras el proceso de enfriamiento del lecho de arena tiene una duración aproximada de media hora, el lecho de PCM tarda en reducir su temperatura hasta alcanzar la del aire unas dos horas; es decir, el PCM es capaz de almacenar un periodo de tiempo cuatro veces mayor que la arena.

Por otro lado, si se presta atención al comportamiento de la temperatura de ambos lechos a cada una de las alturas en las que hay situado un termopar, se puede comprobar como para aquellos situados a 7.5, 12.5 y 17.5 cm del plato distribuidor las curvas de temperatura solapan casi en su totalidad. Esto concuerda con la tercera hipótesis del modelo de dos fases (ver en el capítulo 3) y se puede confirmar que no existe gradiente de temperatura en el lecho fluido. Es por ello que, a la hora de comparar los datos experimentales con los obtenidos matemáticamente a través del

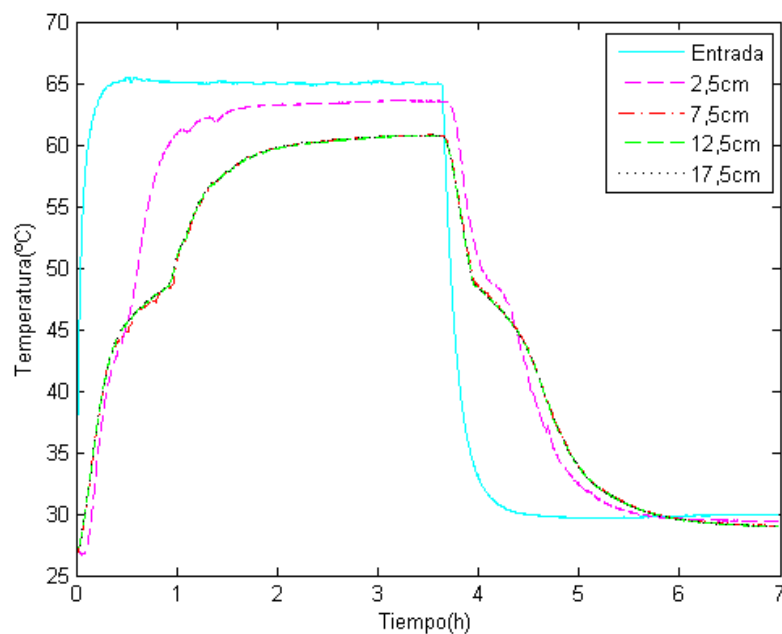


Figura 6.6: Resultados experimentales obtenidos para el lecho fluido de PCM

modelo, se prescindirá de los datos recogidos por dos de esos tres termopares. En este estudio se mantendrán los datos del termopar situado en un punto intermedio de ambos.

En cuanto a los datos obtenidos por el cuarto termopar, situado a 2.5 cm del plato distribuidor, es interesante ver como muestran un comportamiento totalmente diferente al de los otros tres. Las temperaturas alcanzadas a esta altura del lecho son mucho más cercanas a las del aire de entrada; lo que significa que en esta zona, la hipótesis de mezcla perfecta no se cumple. Esto puede ser atribuido a la distorsión en las mediciones que pueden producir los chorros de aire que aparecen en cada uno de los orificios del plato, haciendo que la temperatura de esta zona sea una temperatura intermedia entre la del aire y la del lecho.

Capítulo 7

Resultados y verificación del modelo

Debido a la dificultad que ofrece la variabilidad con la temperatura del calor específico del PCM para modelar el lecho fluido, se ha decidido buscar primero solución al modelo de lecho fluido de arena.

Tras adimensionalizar las ecuaciones de energía y aplicar el método de Runge-Kutta, se utiliza el software matemático Matlab para calcular la evolución temporal de la temperatura en el lecho para la fase densa, la burbuja y la pared. Tras obtener los resultados se procede a su comparación con los datos experimentales a partir de lo cual se podrá validar o no el modelo propuesto.

Una vez se ha logrado verificado el modelo para el lecho fluido de arena se procederá a modelar el de PCM y así lograr alcanzar la solución correcta para cumplir los objetivos del presente trabajo.

7.1. Lecho fluido de arena

Para el estudio del comportamiento del lecho de arena se ha llevado a cabo el proceso con un caudal de aire de 1000 l/min (lo que equivale a una velocidad de unos 530 mm/s) y una altura del lecho de 210 mm .

7.1.1. Temperatura de cada una de las fases

Temperatura de la fase densa

Para la fase densa se obtiene una única curva (figura 7.1) ya que, como es afirmado en la hipótesis de mezcla perfecta, la temperatura dentro del lecho será la misma a cualquier altura.

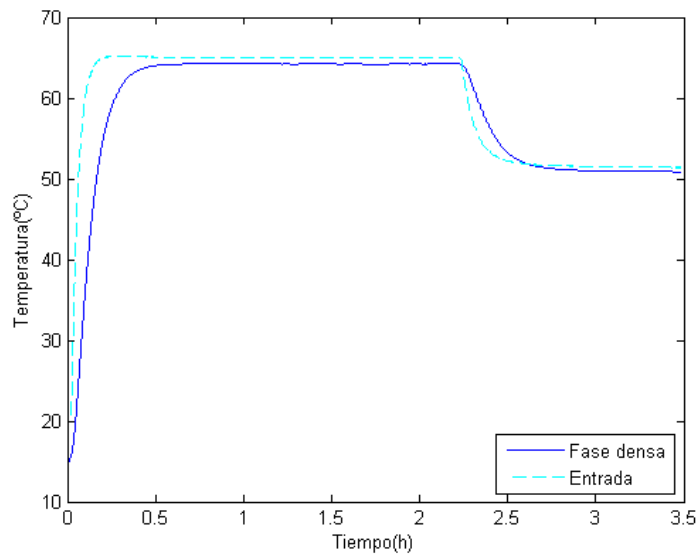


Figura 7.1: Evolución temporal de la temperatura de la fase densa en el lecho fluido de arena

Tal y como era de esperar a la vista de los datos experimentales, la fase densa sufre un proceso de calentamiento debido al aumento de la temperatura del aire; y un proceso de enfriamiento cuando este se deja de calentar. Tanto el proceso de carga como el de descarga de la fase densa son de duración superior a los del aire: en torno a la media hora de duración el primero y unos 45 minutos el segundo (aproximadamente tres veces superiores a los del aire).

Temperatura de la fase burbuja

En el caso de la fase burbuja en lugar de una única curva de temperatura se obtiene una curva por cada uno de los nodos en los que se divide el lecho (ver capítulo 5). En este caso se ha dividido el lecho en nodos de 1cm de alto cada uno, obteniéndose 21 curvas diferentes como queda reflejado en la figura 7.2.

Para el proceso de carga, la curva de mayor temperatura corresponderá a la del nodo más cercano al plato distribuidor; mientras que la de menor temperatura corresponderá al último nodo, el que coincide con el límite final del lecho. Si las hipótesis son correctas, además, la curva del último nodo debería ser aproximadamente igual a la curva de temperatura de la fase densa.

Para el proceso de descarga ocurre lo contrario, la curva de máxima temperatura corresponde al nodo más alejado al plato distribuidor, esto es así ya que con forme el aire se enfría, será la fase burbuja la que se llevará el calor del lecho.

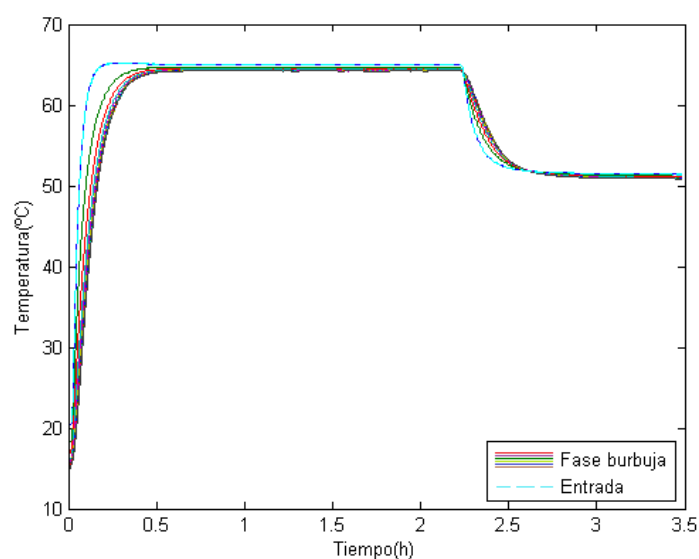


Figura 7.2: Evolución temporal de la temperatura de cada uno de los nodos de la fase burbuja

Temperatura de la pared

El calor almacenado por la pared a lo largo del proceso queda reflejado en la figura 7.3. En ella se puede comprobar que el comportamiento de la temperatura de la pared es similar al de la fase densa aunque no llega a alcanzar la misma temperatura.

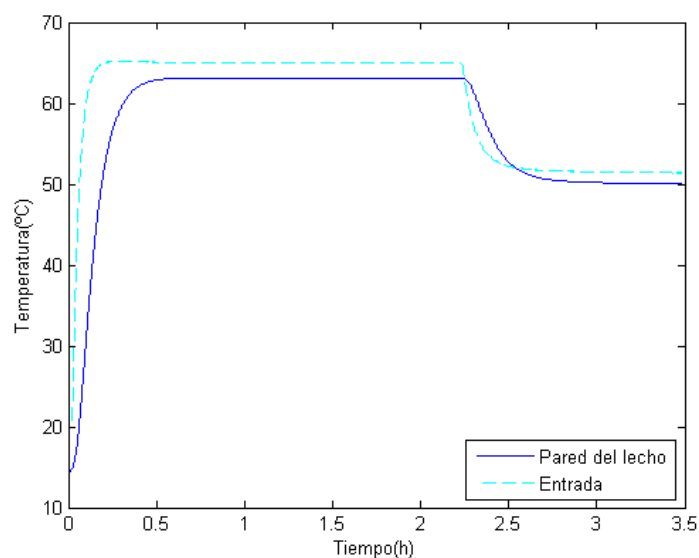


Figura 7.3: Evolución temporal de la temperatura de las paredes del lecho fluido de arena.

7.1.2. Conservación de la energía

Las ecuaciones de conservación de la energía no sólo sirven para modelar los procesos de transferencia de calor, sino que también sirven para dar coherencia al proceso físico que tiene lugar en la realidad. De este modo si la energía utilizada para aumentar la temperatura de la fase densa proviene del aire que entra en el lecho, se tiene que cumplir que la temperatura del aire siempre será igual o mayor. Esto puede ser comprobado si se solapan las curvas de cada una de las fases tal y como se ha hecho en la figura 7.4.

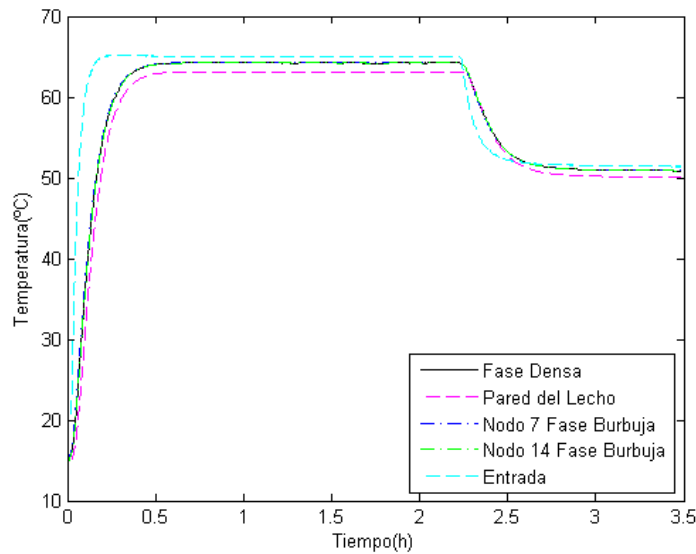


Figura 7.4: Evolución temporal de la temperatura de todas las fases en el lecho fluido de arena.

En esta figura únicamente se han tenido en cuenta dos nodos de los 21 en los que ha quedado dividido el lecho: el nodo 7 (a 7 cm del plato distribuidor) y el nodo 14 (a 14 cm del mismo) ambos situados en una posición intermedia, suficientemente lejana al plato distribuidor donde la temperatura no es representativa del lecho.

Se puede observar como la temperatura de la pared es menor a la temperatura de la fase densa lo que significa que la mayor parte del calor iría a parar a ésta última. Además, haciendo zoom a la imagen (figura 7.5) se ve con más claridad cómo, para el proceso de carga, la temperatura de la burbuja es ligeramente superior a la de la fase densa para el nodo de menor altura mientras que solapa para el de mayor altura. Esto concuerda con la hipótesis que afirma que la temperatura de salida del aire es igual a la temperatura de la fase densa; es decir, a mayor altura más se aproximará la temperatura de la fase burbuja a la de la fase densa.

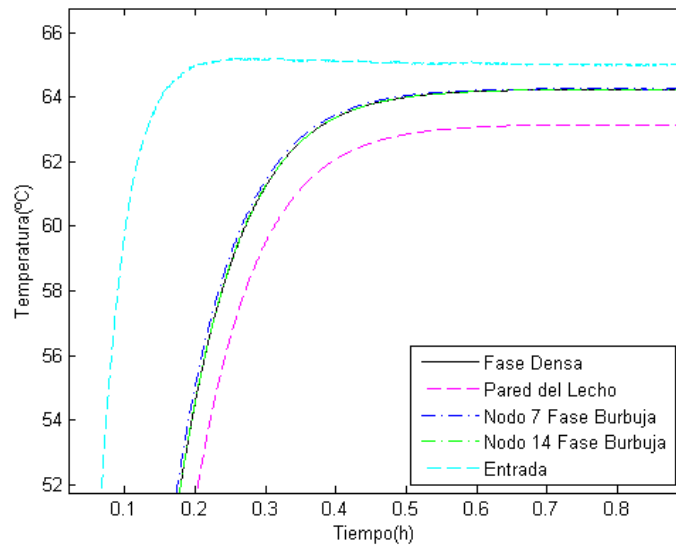


Figura 7.5: zoom de la figura 7.4

7.1.3. Comparación con los datos experimentales

A continuación se compara la curva de la temperatura de la fase densa con los datos experimentales dados en el apartado 6.5.

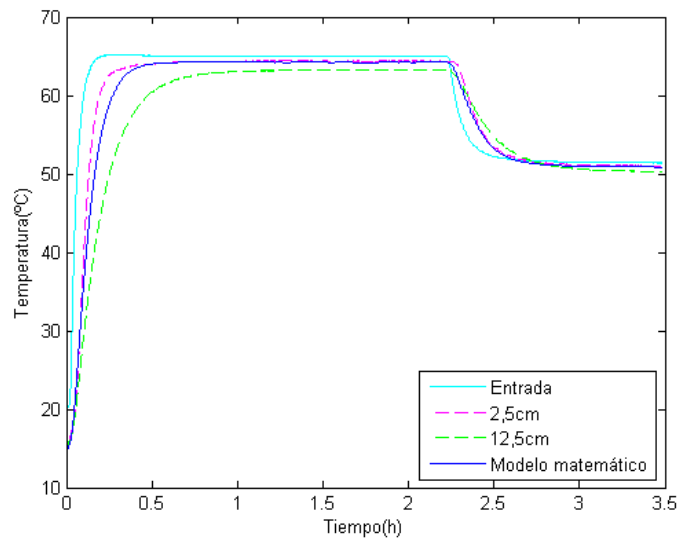


Figura 7.6: Comparación de los resultados del modelo para el lecho fluido de arena con los datos experimentales.

En la figura 7.6 se muestra como el modelo matemático propuesto da como resultado una curva de temperatura que se encuentra dentro de los márgenes predecibles: entre la temperatura de entrada de aire y la recogida por los termopares que se encuentran a una mayor altura en el lecho. La curva obtenida es por tanto la temperatura media entre la entrada de aire y los resultados experimentales.

Las discrepancias entre el modelo y los datos obtenidos experimentalmente, pueden deberse a que en realidad existe un salto de temperaturas entre el aire que llega al distribuidor y el que entra a la columna del lecho que no se ha tenido en cuenta en el modelo, siendo menor esta última. Esto hace que la condición de contorno utilizada en el modelo no sea exacta y, como consecuencia de ello, la temperatura obtenida mediante el modelo sea superior.

Por otro lado hay que tener en cuenta las posibles pérdidas de calor que pueden darse a través del tanque y que pueden variar respecto a las reales ya que, en el caso del modelo se está utilizando un escenario ideal en el que no existe, por ejemplo, ningún tipo de imperfección en el material aislante.

Teniendo en cuenta la justificación de las posibles causas de error y viendo que la curva obtenida está dentro del rango esperado, se puede concluir que el modelo propuesto es válido para este lecho.

7.2. Lecho fluido de PCM

Una vez verificado el modelo para el lecho fluido de arena se procede a modelar el de PCM. Para ello se han utilizado la ecuación correspondiente a la fase densa para este material 3.13 a la que hay que aplicar sus correspondientes variables adimensionales para obtener su ecuación adimensional 4.14.

Para este lecho se procede de la misma manera que para el de arena. En este caso el caudal utilizado es de 400 l/min (equivalente a una velocidad del aire de 212.3 mm/s) y una altura del lecho de 210 mm .

7.2.1. Temperatura de cada una de las fases

Temperatura de la fase densa.

Tal y como ocurre en los resultados experimentales, la curva obtenida para la fase densa el lecho de PCM presenta claramente los dos cambios de pendiente correspondientes a los cambios de fase. Ambos cambios aparecen aproximadamente a los 50°C , lo que concuerda con los datos experimentales.

La figura 7.7 muestra como el proceso de carga dura en torno a la media hora y el de descarga en torno a la hora, ambos ligeramente superiores a los del aire de entrada.

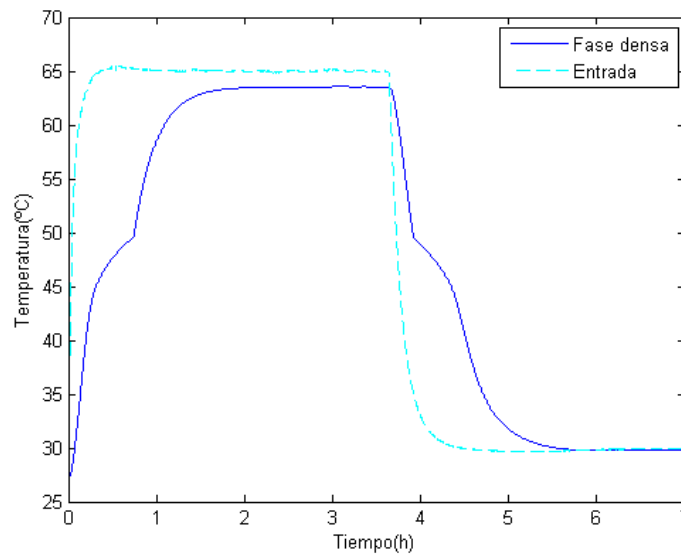


Figura 7.7: Evolución temporal de la temperatura de la fase densa para el lecho fluido de PCM

Temperatura de la fase burbuja.

Del mismo modo que ocurría con el lecho fluido de arena, para la fase burbuja vuelven a aparecer las 21 curvas correspondientes a los nodos en los que se divide el lecho.

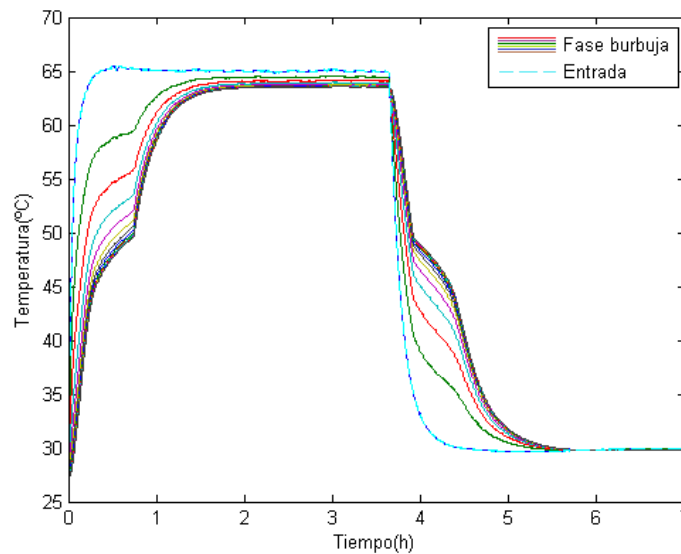


Figura 7.8: Evolución temporal de la temperatura de la fase burbuja del lecho fluido de PCM

En la figura 7.8 se observa claramente la diferencia de temperatura entre ellos. De nuevo, para el proceso de carga, los nodos más cercanos al plato distribuidor corresponden a los de máxima temperatura; mientras que los nodos superiores son los de menor temperatura.

Temperatura de la pared

En este caso, tal y como muestra la figura 7.9 la temperatura de la pared del lecho, aunque menor, tiene un comportamiento similar a la de la fase densa.

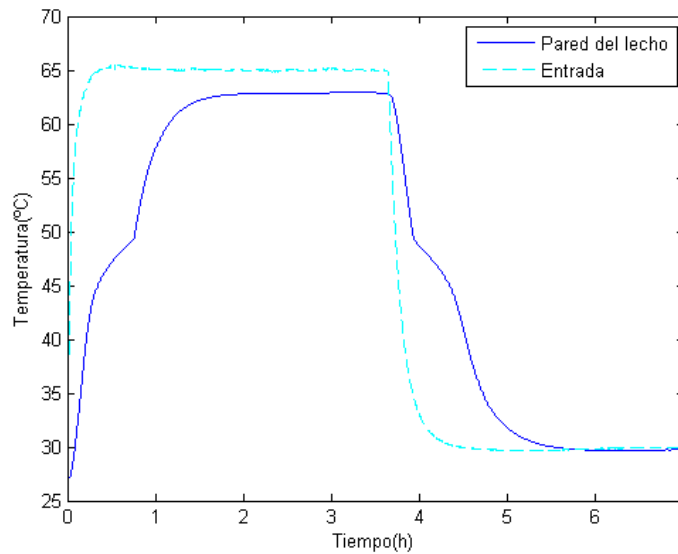


Figura 7.9: Evolución temporal de la temperatura de la pared del lecho fluido de PCM

7.2.2. Conservación de la energía

Para el lecho de PCM, tal y como ocurre para el lecho de arena, es necesario que se cumplan las ecuaciones de energía, es decir, durante el proceso de carga la temperatura de la fase burbuja debe ser siempre superior a la de la fase densa, tal y como se puede comprobar en la figura 7.10.

Tanto la fase burbuja como las paredes del lecho presentan en sus curvas, dos cambios de pendiente que coinciden con los de la fase densa. Ninguna de estas dos partes del sistema cambia de fase, sin embargo, debido a la conservación de la energía, la manera en la que la fase densa varía su temperatura afecta directamente a la temperatura de las otras dos fases.

Si se presta atención a la figura 7.10 se puede ver cómo los cambios de pendiente no tienen lugar a la misma temperatura para la fase densa que para la fase burbuja o la pared. Esto se debe a que los procesos de transferencia de calor se llevan a cabo a diferentes temperaturas: por un lado el aire se calienta de una manera constante gracias a la acción de las resistencias; y por otro lado el PCM se calienta hasta llegar al rango de temperaturas en el que tiene lugar el cambio de fase, proceso que tiene lugar a temperatura constante, para después seguir incrementando su temperatura.

Durante el proceso de cambio de fase el sistema en conjunto no aumenta su temperatura a la misma velocidad, sino que lo hace de una manera más lenta ya

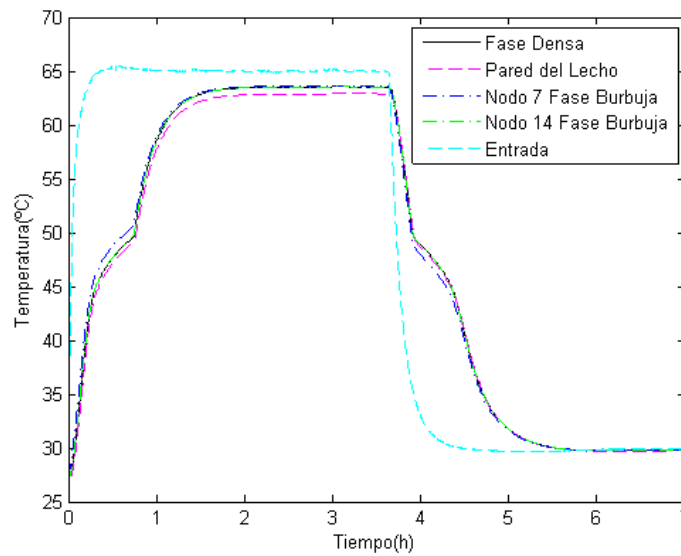


Figura 7.10: Evolución temporal de la temperatura de todas las fases del lecho fluido de PCM

que la energía transmitida por el aire sirve para el cambio de fase del PCM y no para aumentar su temperatura, lo que se traduce en una disminución de la pendiente. Una vez termina el proceso, el sistema sigue aumentando su temperatura a la misma velocidad que lo hace el fluido, lo que coincide con el aumento en la pendiente.

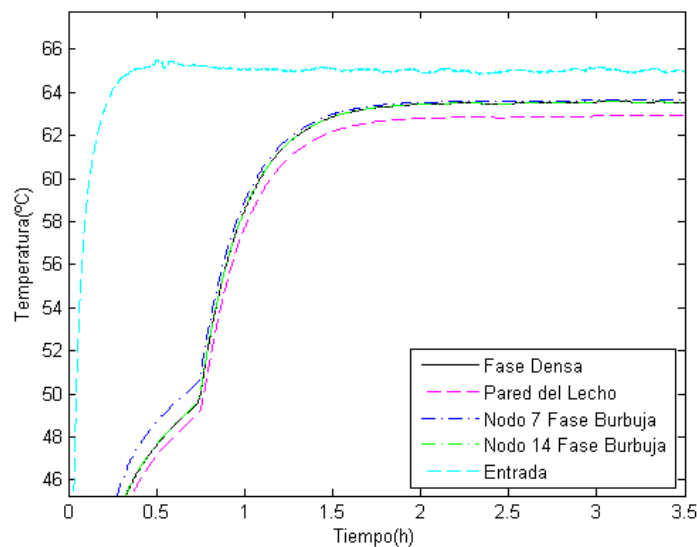


Figura 7.11: Zoom a la figura 7.10

Si se presta atención a la figura 7.11, se puede ver con claridad como para el lecho de PCM también se cumplen que la temperatura de la fase burbuja es ligeramente superior a la de la fase densa durante el proceso de calentamiento, permitiendo así la transferencia de calor.

7.2.3. Comparación con los datos experimentales

Tal y como ocurría en el caso del lecho de arena, los resultados obtenidos para el PCM muestran una curva que se encuentra dentro del rango de temperaturas esperado.

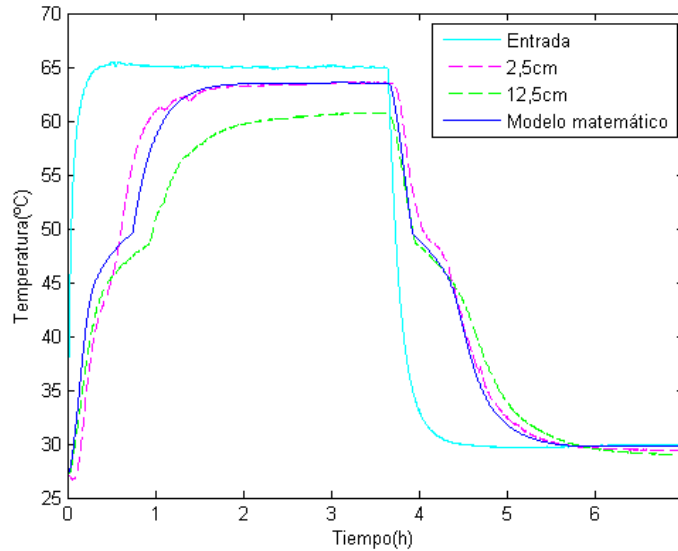


Figura 7.12: Comparación de los resultados del modelo con los datos experimentales del lecho fluido de PCM

En la figura 7.12 se observa como el resultado es una curva de temperatura media entre los resultados reales y la temperatura de entrada del aire. En este caso, el resultado se acerca, en general, mucho más a los datos recogidos por el termopar más cercano al plato distribuidor; sin embargo sigue siendo una temperatura menor que ésta por lo que entra en el rango de temperaturas esperado.

Las discrepancias entre el modelo y los datos experimentales, como ocurría en el lecho de arena, pueden deberse tanto al salto de temperaturas que existe en el plato distribuidor y que no se ha tenido en cuenta en el modelo; como a la diferencia entre las pérdidas de calor de la columna del lecho modeladas y las reales.

Además, para el caso particular del PCM, en el proceso de cálculo se ha utilizado la curva del calor específico obtenida a partir de calorimetría, proceso que se hace bajo unas condiciones estrictas de $0.5^{\circ}\text{C}/\text{min}$. Sin embargo, durante la carga o descarga del lecho este ritmo de calentamiento es diferente, es decir, el calor específico del material va a ser diferente en el proceso real. Como consecuencia la curva obtenida mediante el modelo tiene un comportamiento diferente al de la curva experimental.

Teniendo en cuenta la justificación de las posibles causas de error y viendo que la curva obtenida está dentro del rango esperado, se puede concluir que el modelo propuesto es también válido para el lecho fluido de PCM.

Capítulo 8

Influencia de los parámetros de operación

Una vez verificado el modelo de lecho fluido presentado en el trabajo es interesante el estudio de cómo diferentes parámetros de operación pueden afectar a la capacidad de almacenamiento del lecho.

8.1. Caudal de aire

Tal y como se vio en el capítulo 2.1, la velocidad del aire que entra en la columna es uno de los parámetros más característicos de los lechos fluidos ya que, no sólo define la clase de lecho fluido, si no que el comportamiento que tendrá el material sólido afecta directamente al proceso de transferencia de calor por convección.

Para el estudio del comportamiento del lecho según este parámetro se han escogido tres caudales diferentes además del estudiado en el capítulo 7. Cada caudal viene dado por una velocidad del aire que debe ser mayor que la mínima velocidad de fluidización.

Las velocidades escogidas vienen dadas por las siguientes relaciones: $1,3U_{mf}$, $2U_{mf}$ y $2,5U_{mf}$. A resto de parámetros constantes e iguales a los indicados en el capítulo 6 y a partir del dato de la velocidad de mínima fluidización para el lecho de PCM ($U_{mf} = 0,13$ m/s) los caudales estudiados son: 319 l/min, 490 l/min y 613 l/min; para cada uno de los cuales se ha obtenido una de las curvas de temperatura de la figura 8.1.

En los resultados obtenidos (figura 8.1) se puede comprobar que cuanto mayor es el caudal de aire menor duración tienen los transitorios, es decir, el material tarda menos en calentarse y en enfriarse.

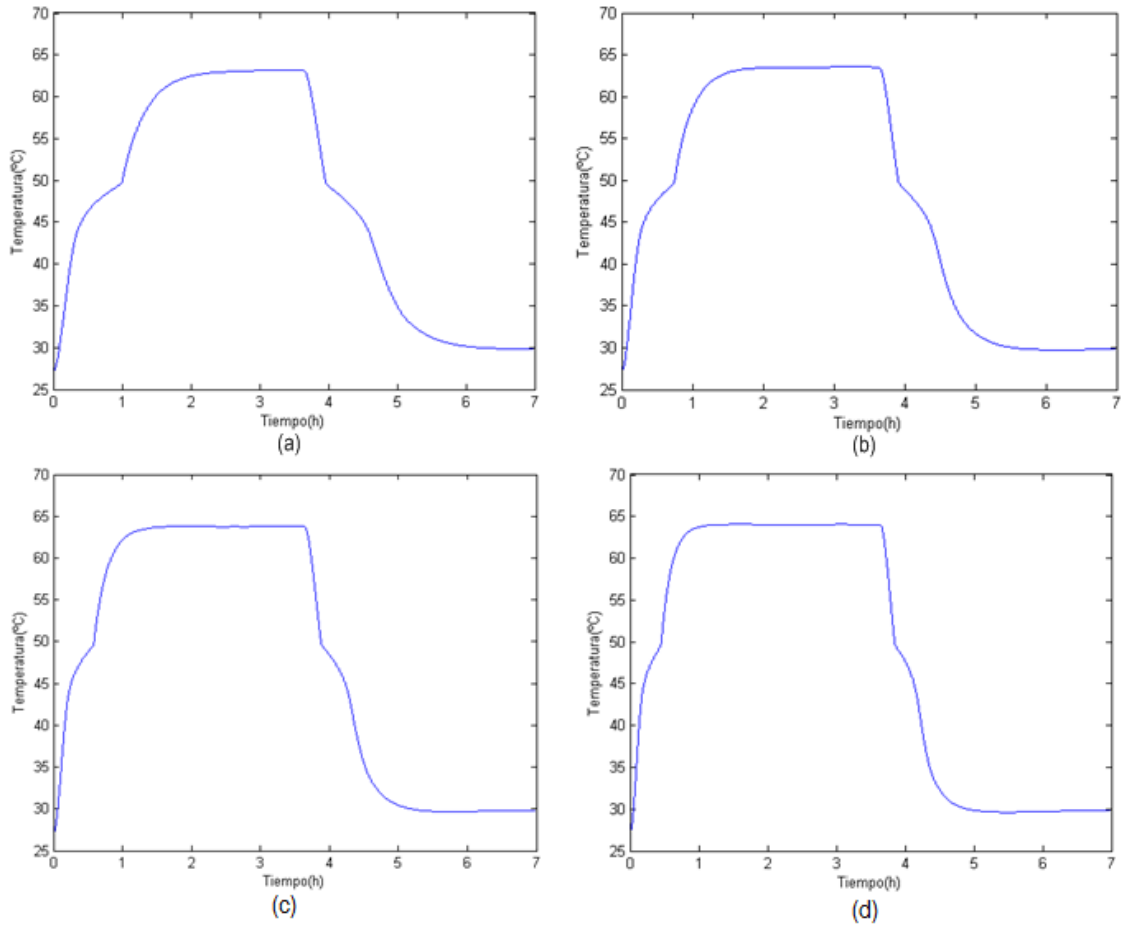


Figura 8.1: Lecho de PCM con un caudal de aire de: **(a)** 319 l/min, **(b)** 400 l/min, **(c)** 490 l/min y **(d)** 613 l/min

Esto puede ser justificado por el incremento del salto de entalpía del aire que entra debido al incremento del caudal. Además, un aumento de la velocidad del aire implicaría un aumento del coeficiente de transferencia de calor por convección con lo que también se alcanzan temperaturas más altas durante más tiempo.

8.2. Altura del lecho

El otro parámetro que se ha estudiado en este trabajo es la altura del lecho, el cual repercute directamente en el tiempo de residencia y el coeficiente de transferencia de calor dentro del lecho.

Para el estudio de la influencia de este parámetro se han escogido tres dimensiones diferentes además de la ya estudiada en el capítulo 7, altura que es aproximadamente igual al diámetro lecho. Estas nuevas dimensiones vienen dadas en relación al diámetro de la columna: $1.5D_i$, $2D_i$ y $2.5D_i$.

Por otro lado, el caudal utilizado es el mismo que el utilizado en el capítulo 7: 400 l/min para el lecho de PCM.

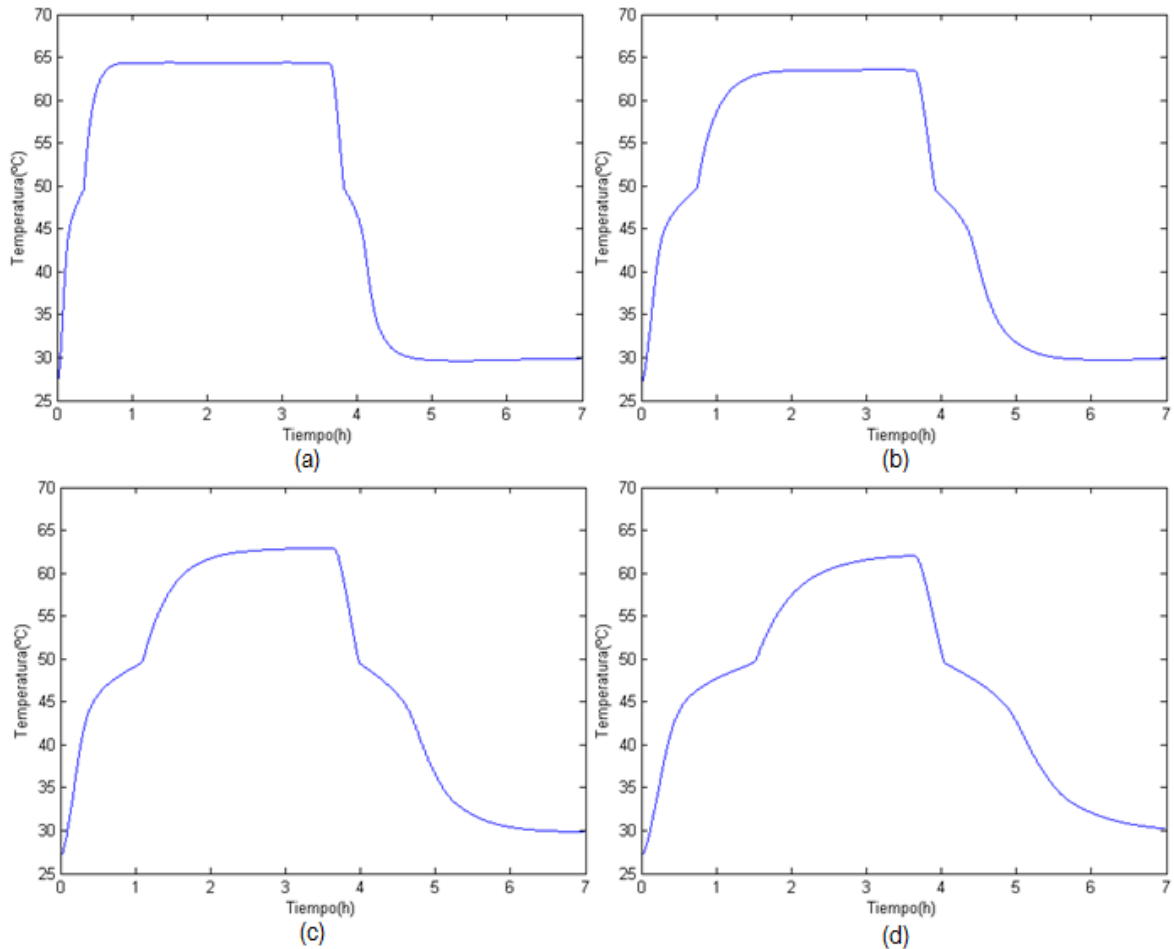


Figura 8.2: Lecho de PCM de una altura: **(A)** 100 mm, **(b)** 210 mm, **(c)** 300 mm, **(d)** 400 mm

Tal y como puede verse en la figura 8.2, la altura del lecho tiene una influencia inversa a la del caudal de aire: cuanto mayor altura alcanza el lecho mayor es la duración del transitorio de carga o descarga. A resto de parámetros constantes esto tiene sentido ya que, al aumentar la altura del lecho, aumenta también la masa de material contenida en él, es decir, aumenta la pérdida de carga que el aire debe vencer hasta alcanzar el estado de fluidización para el cual, hay que recordar, que las pérdidas de carga comienzan a ser constantes para cualquier valor del caudal.

Es cierto que el aumento de masa dentro del lecho debido a un aumento de su altura acarrea una mayor capacidad de almacenamiento y esto, en principio, sólo conlleva efectos en el tiempo necesario para fluidizar un lecho. Sin embargo, si se tiene en cuenta la relación entre la altura y el diámetro de la columna, este aumento de masa no siempre tiene efectos positivos.

Ciertos estudios han confirmado que, a cantidad de material constante, aumentar la altura del lecho dando lugar a lechos profundos (diámetro de lecho pequeño) produce una disminución en el calor transferido y el rendimiento del sistema respecto a lechos menos profundos. Esto es debido a que el tamaño de burbujas en los segundos es considerablemente menor, lo que hace que el área de transferencia entre la fase burbuja y la densa sea mayor [10]. Por lo tanto, si se desea aumentar la masa del lecho se debe aumentar tanto su altura como su diámetro para conseguir mejores resultados.

Esta puede considerarse la razón por la cual la temperatura máxima alcanzada cuando se aumenta la altura del lecho disminuye ligeramente y además se mantiene durante menos tiempo. Esto también puede deberse al hecho de que el área de transferencia de calor al exterior aumenta y con ella también aumentan las pérdidas de calor. Se puede concluir que a la hora de diseñar es muy importante tener en cuenta las dimensiones del lecho, siendo los lechos de una geometría $H \approx D$ los de mayores ventajas.

Capítulo 9

Conclusiones

Una vez obtenidas las curvas de la temperatura de cada uno de los lechos y comparadas con los datos recogidos en la instalación experimental, se ha concluido que, a pesar de la diferencia que existe entre ambas curvas; la obtenida matemáticamente se encuentra en el rango de temperaturas adecuado. Se puede concluir, por tanto, que el modelo de intercambio de calor en un lecho fluido, basado en la transferencia de calor entre las fases densa, la fase burbuja y las paredes del lecho, es perfectamente válido para predecir el comportamiento térmico de los lechos fluidos.

La diferencia de temperatura existente entre los datos reales y los resultados obtenidos a través del modelo aparecen, principalmente, debido al error cometido por las suposiciones que se han hecho en el modelo. Además, el hecho de que no se haya tenido en cuenta la posible acumulación de calor en el plato distribuidor, es la causa de que ese error sea aún mayor.

Por otro lado existen una serie de parámetros que tienen una influencia considerable en los resultados y que son difíciles de modelar o medir experimentalmente. En este sentido es muy importante la repercusión que tienen las burbujas en los sistemas reales y cuyo comportamiento es difícil de predecir matemáticamente. Para ellas se han escogido, a partir de mediciones experimentales, ciertas constantes que ayudan a aproximar el modelo numérico a la realidad. Entre ellas se encuentra la frecuencia de aparición, la fracción de burbujas que tocan la pared o el tamaño de las mismas; parámetros que en un proceso real no se mantienen constantes. Existen otras constantes experimentales tales como ϕ_b o ϕ_w con las que ocurre exactamente lo mismo.

En el caso particular del lecho de PCM también hay que tener en cuenta que la curva del calor específico obtenida mediante calorimetría y la que se obtendría en el proceso real son diferentes ya que el ritmo del calentamiento que sufre el material es diferente. Como consecuencia de esto, las curvas de temperatura de la fase densa no sólo se diferenciarían cuantitativamente sino que, además, tendrían comportamientos ligeramente distintos.

Por otro lado se encuentran las pérdidas de calor del sistema que pueden ser

superiores en un proceso real debido a imperfecciones del aislante o errores en el proceso. Es importante tener en cuenta, además, que las pérdidas de calor dependen directamente de la temperatura ambiente ya que, cuanto menor es ésta, mayor será su diferencia con la del lecho y, por ende, mayores serán las pérdidas.

A la hora de diseñar un sistema de almacenamiento de calor no solo es importante elegir un buen aislante térmico que reduzca lo máximo posible las pérdidas de calor al exterior, también hay que tener muy en cuenta parámetros como el caudal de aire o la altura del lecho, que van a tener una repercusión directa en el comportamiento del sistema.

El caudal es un parámetro fácil de variar que definirá las características del lecho y que, tratado correctamente, facilitará el proceso respuesta del lecho ante cambios bruscos en las necesidades que se deseen cubrir. Es importante tener en cuenta que cuanto mayor sea el caudal de aire que entra en la columna, mayor será la velocidad de carga o descarga ya que aumenta el coeficiente de transferencia de calor. Sin embargo, a la hora de elegir el caudal también hay que tener en cuenta el resto de parámetros, ya que caudales excesivos pueden llevar a la formación excesiva de burbujas que lleve al incremento en las pérdidas.

El siguiente parámetro a tener en cuenta es la altura del lecho. Cuanto más material haya dentro de la columna del lecho más capacidad tendrá el sistema de almacenar calor y esto puede llevar a la conclusión de que cuanto más lleno esté, es decir, mayor altura tenga, se obtendrán mejores resultados. Sin embargo, el uso de lechos profundos es negativo a efectos de intercambio de calor y la eficiencia del sistema, teniendo mejores resultados aquellos lechos de menor altura.

Esto se traduce en que si quiere aumentar la masa del lecho es necesario aumentar tanto la altura como el diámetro del lecho, lo que puede acarrear problemas económicos y logísticos debido al aumento proporcional del tamaño de las instalaciones en las que se encuentre el lecho.

Capítulo 10

Líneas de trabajo futuras

Una vez alcanzados los objetivos, el presente Trabajo Fin de Grado deja abiertas futuras líneas de investigación dentro del mismo campo. Algunas de ellas se proponen a continuación:

- Análisis de la eficiencia del sistema de almacenamiento.
- Análisis del comportamiento del PCM tras varios ciclos.
- Estudio de la implementación de este tipo de sistemas en los diferentes sectores: plantas de generación de energía térmica solar o sistemas de reciclaje de energía térmica en plantas de procesos industriales. Para ellos se tendría que llevar a cabo un análisis de los rangos de temperatura de los fluidos de trabajo usados en cada sector, búsqueda de los materiales más adecuados a dicho rango, el estudio de las dimensiones del sistema que sería necesario según los caudales utilizados y la cantidad de material necesario para almacenar la máxima cantidad de energía.
- Estimación del ahorro energético que puede suponer el uso del almacenamiento de calor frente al uso de combustibles clásicos para obtener la misma cantidad de energía en cada uno de los sectores de implementación.
- Finalmente, estudio de las posibilidades de uso de este tipo de sistemas de almacenamiento de energía a gran escala y su implementación en las redes de generación y suministro de electricidad.

Nomenclatura

| | |
|-----------|---|
| A | Area transversal del lecho (m^2) |
| c_p | Calor específico (J/kgK) |
| D | Diámetro del lecho (m) |
| d | Diámetro de las partículas del lecho (m) |
| Gr | Número de Grashof () |
| g | Constante aceleración de la gravedad (m/s^2) |
| h | Coefficiente de transferencia de calor (W/m^2K) |
| i | Entalpía () |
| k | Conductividad térmica (W/mK) |
| L | Altura del lecho (m) |
| Nu | Número de Nusselt () |
| P | Perímetro (m) |
| Pr | Número de Prandtl () |
| Ra | Número de Rayleigh () |
| T | Temperatura ($^{\circ}C$) |
| t | tiempo (s) |
| U | Velocidad superficial del gas (m/s) |
| U_{int} | Velocidad intersticial (m/s) |
| U_{mf} | Velocidad de mínima fluidización (m/s) |
| x | Distancia longitudinal del lecho (m) |

Subíndices

| | |
|-----|-------------------|
| 0 | inicial |
| a | aire |
| b | fase burbuja |
| d | fase densa |
| end | final |
| i | interior |
| in | entrada |
| iso | material aislante |
| l | líquido |
| max | máximo |
| min | mínimo |
| o | exterior |
| on | comienzo |
| p | partícula |

| | |
|---|----------------------------------|
| s | material sólido |
| x | altura del lecho sin especificar |
| w | pared del lecho |

Letras griegas

| | |
|------------|--|
| β | Coefficiente de expansión térmica ($^{\circ}C^{-1}$) |
| ϵ | fracción de volumen, porosidad () |
| ν | viscosidad cinemática (m^2/s) |
| ρ | densidad (kg/m^3) |

Bibliografía

- [1] ©Red Eléctrica Española. *Proyecto Almacena: proyecto de I+D+i de almacenamiento de energía eléctrica* [en línea]. <<http://www.ree.es/es/sala-de-prensa/audiovisuales/2014/03/proyecto-almacena>>.
- [2] D. Kunii, O. Levenspiel. *Fluidization Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2009.
- [3] V.M. Barreira Moreno, 2007. *Estudio Hidrodinámico de un Lecho Fluidizado*. PFC Universidad Carlos III de Madrid.
- [4] K.M. Wagialla, A.H. Fakeeha, S.S.E.H. Elnashaie, A.Y. Almaktary. *Modeling and Simulation of Energy Storage in Fluidized Beds Using the Two-Phase Model*. Energy Sour. 13 (1991) 189-201.
- [5] B. Zalba, J.M. Marín, L.F. Cabeza, H. Mehling. *Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications*. Appl. Therm. Eng. 23 (2003) 251-283.
- [6] B. Vidal Jiménez. *Modelización del cambio de fase sólido líquido. Aplicación a sistemas de acumulación de energía*. Tesis Doctoral UPC (2007).
- [7] A. Oliver, F.J. Neila, A. García-Santos. *Clasificación y selección de materiales de cambio de fase según sus características para su aplicación en sistemas de almacenamiento de energía térmica*. Nota técnica UPM. Materiales de Construcción 62, 305 (2012) 131-140.
- [8] M.A. Izquierdo-Barrieros, C. Sobrino, J.A. Almendros-Ibáñez. *Thermal energy storage in a fluidized bed of PCM*. Chem. Eng. Journal 230 (2013) 573-583.
- [9] D. Juárez, R. Balart, S. Ferrándiz, D. García. *Estudio de Materiales Con Cambio de Fase (PCM) y Análisis Sem de Micro (PCM)*. 3ciencias, Revista de investigación (2012). Área de Innovación y Desarrollo, S.L..
- [10] A.M. El-Halwagi, M.A. El-Rifai. *Mathematical Modeling of Fluidized Bed Heat Regenerators*. Chem. Eng. Comm. 72 (1988) 121-139.
- [11] R.C. Darton, R.D. LaNauze, J.F. Davidson, D. Harrison. *Bubble Growth Due to Coalescence in Fluidised Bed*. Trans IChemE 55 (1997) 274-281.

- [12] J.A. Almendros-Ibáñez, S. Sánchez-Delgado, C. Sobrino, D. Santana. *Experimental observations on the different mechanisms for solid ejection in gas-fluidized beds*. Chem. Eng. and Proc. 48 (2009) 734–744.
- [13] F. Incropera, D. DeWitt. *Fundamentals of heat and Mass Transfer*. Fifth ed. John Wiley & Sons, Inc. (2006).
- [14] Richard L. Burden y J. Douglas Faires. *Análisis numérico* Grupo Editorial Iberoamericana, México DF. (1985).
- [15] J.F. Davidson, D. Harrison, 1963. *Fluidised particles*. Cambridge University Press.
- [16] D. Kunii, O. Levenspiel. *Bubbling Bed Model for Kinetic Processes in Fluidized Beds. Gas-Solid Mass and Heat Transfer and Catalytic REactions*. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 7 (1968) 481-492.
- [17] G-T. Zhang, F. Ouyang. *Heat transfer between the fluidized bed and the distributor plate*. Ind. Eng. Chem. Des. Dev. 24 (1985) 430-433.
- [18] M. Rady. *Granular phase change materials for thermal energy storage: experiments and numerical simulations*. Applied Thermal Engineering 29 (2009) 3149-3159.

Apéndice A

Hoja de datos del PCM

Data Sheet



GR50, 0,2-0,6



RUBITHERM GR is a heat storage granulate in which a phase change material (PCM) is contained within a secondary supporting structure, in this case a natural porous mineral particle. Used in thermal energy storage applications, the bound PCM melts and congeals, thus storing and releasing the latent heat associated with the phase change process. In RUBITHERM® GR our patented mechanism ensures that the PCM, when in the liquid form, does not leak out of the granulate. The result is that the bound PCM is always a solid in its macroscopic form. Advantageous is that for many applications, large quantities of thermal energy can be stored and released at a relatively constant temperature, even when limited volumes and low operating temperature differences are applicable. We look forward to discussing your particular questions, needs and interests with you.

Properties:

- High heat storage capacity
- Heat storage and release take place at relatively constant temperatures
- Bound PCM's exhibit little volume change during phase change
- operate without fluid materials
- Long life product, cycles rugged
- easy handling
- Melting temperatures range between -3°C and 100°C .
- Various granulate sizes are possible

The most important data:

| | Typical values: | |
|---|-----------------|------------------------|
| Melting area | 45-51 | [$^{\circ}\text{C}$] |
| | Maximum: 49 | |
| Congeeing area | 51-46 | [$^{\circ}\text{C}$] |
| | Maximum: 50 | |
| Heat storage capacity $\pm 7,5\%$ Combination of latent and sensible heat in a temperatur range of 37°C to 52°C . | 55 | [kJ/kg]* |
| | 15 | [Wh/kg]* |
| Specific heat capacity | 1,5 | [kJ/kg·K] |
| Bulk density | 0,85 | [g/cm ³] |
| Heat conductivity | 0,2 | [W/(m·K)] |
| Flash point | 190 | [$^{\circ}\text{C}$] |

*Measured with 3-layer-calorimeter.

Rubitherm Technologies GmbH
Sperenberger Str. 5a
D-12277 Berlin
Tel: +4930720004-62
Fax: +4930720004-99
E-Mail: info@rubitherm.com
Internet: www.rubitherm.com

The product information given is a non-binding
planning aid, subject to technical changes without
notice. Version:
24.06.2013

Apéndice B

Código Matlab

A continuación se presenta el código utilizado en el software Matlab para la resolución del modelo matemático.

Dicho código es muy similar para los dos tipos de lechos simulados, por ello se presenta un único código en el que los datos específicos para el proceso de lecho fluido de PCM vienen comentados. Para la obtención de los resultados de este proceso únicamente habría que sustituir los datos del lecho fluido de arena por éstos.

```
close all;
clear all;
clc;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%      lectura de datos      %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Acondicionamiento de los datos a las unidades correctas
tpo      % tiempo [s].
tin_exp  % temperatura del aire en la entrada [K].
t_75mm   % temperatura a 7.5 cm del distribuidor [K].
t_125mm  % temperatura a 12.5 cm del distribuidor [K].
t_175mm  % temperatura a 17.5 cm del distribuidor [K].
t_25mm   % temperatura a 2.5 cm del distribuidor [K].

tsim = length(tpo);      % Tiempo de simulación.
deltax = 0.01;           % altura de nodo.
deltat = 0.01;           % intervalo de tiempo (aprox deltax/U_int);

% Para la simulación numérica es necesario tener un vector de
%      tiempos con tantos valores como intervalos se van a medir.
tiempo = tpo(1):deltat:tsim;
% Una vez se tenga la nueva longitud del vector de tiempos
%      es necesario ajustar el vector temperaturas de tal modo
%      que a cada instante de tiempo le corresponda una
```

```
%
    temperatura. Para ello se utiliza una función de Matlab
%
    que mediante una interpolación lineal calculará dichas temperaturas.
tin = interp1(tpo,tin_exp,tiempo,'spline');
t_primerio = interp1(tpo,t_75mm,tiempo,'spline');
t_segundo = interp1(tpo,t_125mm,tiempo,'spline');
t_tercero = interp1(tpo,t_175mm,tiempo,'spline');
t_cuarto = interp1(tpo,t_25mm,tiempo,'spline');

to = t_175mm(1);      % temperatura ambiente.
Tmin = min(tin);      % Min temperatura del aire a la entrada.
Tmax = max(tin);      % Temperatura máxima que alcanza el sistema.
Tiso_o=to+20;         % Temperatura externa de la pared del contenedor.

% Gravedad
g=9.81;               % [m/s]
% Parámetros del lecho fluidizado
epsilon = 0.45;       % fracción de vacío [-].
%% Para la arena
    U_mf = 0.33;       % velocidad de mínima fluidización [m/s].
    V_dot = 1000/(60*1000); % caudal de aire [m^3/s].
%% Para el PCM
%
    U_mf = 0.13;       % velocidad de mínima fluidización [m/s].
%
    V_dot = 400/(60*1000); % caudal de aire [m^3/s].
N_o = 300;            % número de agujeros en el plato distribuidor [-].
n_w = 3;              % frecuencia de las burbujas [1/s].

% Parámetros geométricos de la columna del lecho.
H = 0.21;             % altura del lecho [m].
d_i = 0.20;           % diámetro interno [m].
d_o = 0.204;          % diámetro externo [m].
d_iso = 0.244;        % diámetro externo del aislante [m].

% Propiedades del material de la columna (AISI 304)
k_w = 14.9;           % conductividad térmica [W/(mK)].
rho_w = 7900;         % densidad [kg/m^3].
cp_w = 477;           % calor específico [J/(kgK)].

% Propiedades del material aislante (lata de vidrio)
k_iso = 0.038;        % conductividad térmica [W/(mK)].
rho_iso = 32;         % densidad [kg/m^3].
cp_iso = 835;         % calor específico [J/(kgK)].

% Propiedades de la arena:
d_s = 0.6*10^-3;      % diámetro de la partícula [m].
k_s = 0.27;           % conductividad térmica [W/mK].
rho_s = 2600;         % densidad arena [kg/m^3].
cp_s = 920;           % calor específico [J/kgK].

% Propiedades del PCM
%% Lectura de los calores específicos se hace a través de otro archivo de datos.
% temp = temperatura+273;
%% Para obtener los datos que nos interesan es necesario hacer un correcto
%% ajuste de dichos datos a las necesidades del problema.
% Cp = 1000.*cp;
% pp_cp_s = csaps(temp,Cp,1);
```

```
% Temp = (to:0.1:Tmax);
% Cp_s = trapz(Temp, ppval(pp_cp_s,Temp))/(Tmax-to);
% Entalpia_s=zeros(length(to:0.1:Tmax),1);
% Temp_adi = zeros(1,length(to:0.1:Tmax));
% for i=2:length(to:0.1:Tmax)
%     Entalpia_s(i)=trapz(Temp(1:i),ppval(pp_cp_s,Temp(1:i)))/(Cp_s*(Tmax-to));
% end
% pp_entalpia_s=csaps((Temp-to)/(Tmax-to),Entalpia_s,1);
% pp_temperature=csaps(Entalpia_s,(Temp-to)/(Tmax-to),1);

% Propiedades del aire:
k_a = 0.02624; % conductividad térmica [W/(mK)].
rho_a = 1.18; % densidad [kg/m^3].
cp_a = 1012; % calor específico [J/(kgK)].
mu_a=184.6*10^(-7); % viscosidad [NS/m^2] .

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          Cálculos previos          %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Cálculo de areas
A = 0.25*pi*d_i^2; % transversal del lecho [m^2].
Aw =0.25*pi*(d_o^2-d_i^2); % transversal de la pared de la columna [m^2].
Aw_i = pi*d_i*H; % de la superficie interna de la columna [m^2].
Awo = pi*(d_iso)*H; % de la superficie externa de la columna [m^2].
Ao = A/N_o; % de cada orificio del plato distribuidor [m^2]

%% Velocidad del aire
U = V_dot/A; % superficial.
U_int = U/epsilon; % intersticial.

%% Caudales volumétricos
Gs = A*U_mf; % del aire a través de la fase densa [m^3/s].
Gb = A*(U-U_mf); % del aire a través de la fase burbuja [m^3/s].

%% Diámetro de la burbuja
db = 0.54*(U-U_mf)^(2/5)*((H+4*sqrt(Ao))^(9/5)-(4*sqrt(Ao))^(9/5))/(9/5)*H*g^(1/5);

%% Velocidades relativas a la burbuja
Ubr = 0.711*((g*db)^0.5); % de una única burbuja respecto a la fase densa.
Ub = U-U_mf+Ubr; % para la fase burbuja.

%% Fracciones
delta = (U-U_mf)/Ub; % de burbujas en el lecho.
deltaw = delta; % de burbujas en la pared del lecho.
epsilon_mf = epsilon; epsilon_b = epsilon; epsilon_w = epsilon_b;

%% Áreas relativas a las fases
As = A*(1-delta); % transversal de la fase densa.
Ab = A*delta; % transversal de la fase burbuja.
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% INICIALIZACIÓN %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Deltax = deltax/H;          % adimensionalización de la altura de nodo.
Deltat= deltat*U_int/H;    % adimensionalizaciones del intervalo de tiempo.

M = floor((tsim/deltat)+1); % Número de nodos para el tiempo.
N = floor(H/deltax);        % Número de nodos para el espacio.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% Coeficientes de transferencia de calor %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%% Coeficiente global de transferencia de calor (Uwo)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % Número de Prandtl.
Pr_a = cp_a*mu_a/k_a;
    % Coeficiente volumétrico de expansión térmica.
betha = ((to+Tiso_o)/2)^(-1);
    % Número de Grashof.
Gr_L = (g*betha*(45)*(H^3))/(mu_a/rho_a)^2;
    % Número de Rayleigh.
Ra_L = Gr_L*Pr_a;
    % Número de Nusselt.
Nu_L = (0.825+(0.387*Ra_L^(1/6))/(1+(0.492/Pr_a)^(9/16))^(8/27))^2;

    % Coeficiente de transferencia de calor en el exterior.
hinf = Nu_L*k_a/H;

Uwo = 1/(((d_o*log(d_iso/d_o))/(2*k_iso))+(d_o/(hinf*d_iso)));

% Coeficiente de transferencia de calor de la burbuja a la fase densa.
Hbc = 4.5*U_mf*rho_a*cp_a/db + (5.85*((k_a*rho_a*cp_a)^0.5)*(g^0.25)/db^(5/4));
% Perímetro de burbuja por coeficiente de transferencia de calor.
Pbhb = Hbc*delta*A;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% Coeficiente de transferencia de calor por convección
% entre el lecho y la pared interior.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Constantes de ajuste experimentales.
alfa_w = 0.05;
phi_b = 0.18;
phi_w = 0.25;

% Conductividad térmica efectiva de un lecho fijo.
k_e = epsilon_mf*k_a + (1-epsilon_mf)*k_s*((phi_b*k_s/k_a)+2/3)^(-1));

% Conductividad térmica efectiva de la pared.
k_ew = epsilon*k_a + (1-epsilon)*k_s*((phi_w*k_s/k_a)+1/3)^(-1));

```

```
% Coeficiente de transferencia de calor medio entre un conjunto
% partículas y una superficie de contacto.
h_packet = 1.13*(k_e*rho_s*(1-epsilon_mf)*cp_s*n_w/(1-deltaw))^(0.5);

hw = (1-deltaw)/(((2*k_ew/d_s)+(alfa_w*cp_a*rho_a*U))^-1)+(h_packet)^(-1));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%                               Números adimensionales                               %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Velocidades
us = Gs/(As*U); % de la fase densa adimensional.
ub = (Gb*epsilon)/(Ab*U); % de la fase burbuja adimensional.

%% Para el lecho fluido de arena.
%% Relación de las capacidades caloríficas del aire
% respecto a la fase densa .
R_ad = (rho_a*cp_a*epsilon)/(rho_s*cp_s*(1-epsilon))

%% Número de Stanton
% fase densa - burbuja.
St_bd = (Pbhb*H)/(rho_s*(1-epsilon)*cp_s*As*U_int);
% fase densa - pared interna del contenedor.
St_wid = (Aw_i*hw)/(rho_s*(1-epsilon)*cp_s*As*U_int);
% fase burbuja - aire.
St_ba = (Pbhb*H)/(rho_a*cp_a*Ab*U_int);
% pared interna - contenedor.
St_wiw = (Aw_i*hw)/(rho_w*cp_w*Aw*U_int);
% Stanton pared pared externa - contenedor.
St_wow = (Awo*Uwo)/(rho_w*cp_w*Aw*U_int);

%% Para el lecho fluido de PCM
% R_ad = (rho_a*cp_a*epsilon)/(rho_s*Cp_s*(1-epsilon));
% St_bd = (Pbhb*H)/(rho_s*(1-epsilon)*Cp_s*As*U_int);
% St_wid = (Aw_i*hw)/(rho_s*(1-epsilon)*Cp_s*As*U_int);
% St_ba = (Pbhb*H)/(rho_a*cp_a*Ab*U_int);
% St_wiw = (Aw_i*hw)/(rho_w*cp_w*Aw*U_int);
% St_wow = (Awo*Uwo)/(rho_w*cp_w*Aw*U_int);

%% Adimensionalización de las condiciones iniciales %%
%% e inicialización del proceso de cálculo %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Temperatura ambiente
To = (to-Tmin)/(Tmax-Tmin);

% Temperatura de entrada
Tin = zeros (M,1);
for j=1:M;
    Tin(j) = (tin(j)-Tmin)/(Tmax-Tmin);
end
% Entalpía para el PCM
```

```

% id_old = 0; id_new = 0;
% Temperatura de la fase densa
td_t0 = t_175mm(1); Td_new = 0;
Td_old = (td_t0-Tmin)/(Tmax-Tmin);
Td = zeros(M,1); td = zeros(M,1);
Td(1) = Td_old;
% Temperatura de las paredes del lecho
tw_t0 = td_t0; Tw_new = 0;
Tw_old = (tw_t0-Tmin)/(Tmax-Tmin);
Tw = zeros(M,1); tw = zeros(M,1);
Tw(1) = Tw_old;
% Temperatura de la fase burbuja
tb_t0 = zeros(1,N)+td_t0; Tb_new = zeros(1,N);
Tb_old = (tb_t0-Tmin)/(Tmax-Tmin);
Tb = zeros(M,N); tb = zeros(M,N);
Kb1 = zeros(1,N); Kb2 = zeros(1,N);
Kb3 = zeros(1,N); Kb4 = zeros(1,N);
Tb(1,:) = Tb_old;
% Condición de contorno para la fase burbuja
Tb_old(1)=Tin(1);

%%% Runge-Kutta %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for j=1:M-1
    % Kdi son las pendientes de la fase densa
    % Kwi son las pendientes de la pared (pérdidas)
    % Kbi son las pendientes de la fase burbuja

    % Primera pendiente
    y1=(Tb_old-Td_old);
    Kd1=Deltat*(us*R_ad*(Tin(j)-Td_old))+Deltax*St_bd.*trapz(y1)+...
        +St_wid*(Tw_old-Td_old);
    Kw1=Deltat*(St_wiw*(Td_old-Tw_old)+St_wow*(To-Tw_old));
    Kb1(2)=Deltat*(-ub*(Tb_old(2)-Tin(j))/Deltax+St_ba*(Td_old-Tb_old(2)));
    for i=3:N
        Kb1(i)=Deltat*(-ub*(Tb_old(i)-Tb_old(i-1))/Deltax+...
            +St_ba*(Td_old-Tb_old(i)));
    end

    % Segunda pendiente
    y2=Tb_old+0.5*Kb1-(Td_old+0.5*Kd1);
    Kd2=Deltat*(us*R_ad*((0.5*(Tin(j)+Tin(j+1)))-(Td_old+0.5*Kd1)))+...
        +(Deltax*St_bd.*trapz(y2))+(St_wid*(Tw_old+0.5*Kw1-(Td_old+0.5*Kd1)));
    Kw2=Deltat*((St_wiw*(Td_old+0.5*Kd1 - (Tw_old+0.5*Kw1)) + ...
        +St_wow*(To-(Tw_old+0.5*Kw1)));
    Kb2(2)=Deltat*(-ub*(Tb_old(2)+0.5*Kb1(2)-0.5*(Tin(j)+Tin(j+1)))/Deltax+...
        +St_ba*(Td_old+0.5*Kd1-(Tb_old(2)+(0.5*Kb1(2)))));
    for i=3:N
        Kb2(i)=Deltat*(-ub*(Tb_old(i)+0.5*Kb2(i)-(Tb_old(i-1)+0.5*Kb1(i-1)))/Deltax+...
            +St_ba*(Td_old+0.5*Kd1-(Tb_old(i)+0.5*Kb1(i))));
    end

    % Tercera pendiente
    y3=(Tb_old+0.5*Kb2)-(Td_old+0.5*Kd2);

```

```

Kd3=Deltat*(us*R_ad*(0.5*(Tin(j)+Tin(j+1))-(Td_old+0.5*Kd2))+...
    +(Deltax*St_bd.*trapz(y3))+St_wid*((Tw_old+0.5*Kw2)-(Td_old+0.5*Kd2)));
Kw3=Deltat*(St_wiw*((Td_old+0.5*Kd2)-(Tw_old+0.5*Kw2))+...
    + St_wow*(To-(Tw_old+0.5*Kw2)));
Kb3(2)=Deltat*(-ub*(Tb_old(2)+0.5*Kb2(2)-(0.5*(Tin(j)+Tin(j+1)))/Deltax+...
    +St_ba*(Td_old+0.5*Kd2-(Tb_old(2)+0.5*Kb2(2))));
for i=3:N
    Kb3(i)=Deltat*(-ub*(Tb_old(i)+0.5*Kb2(i)-(Tb_old(i-1)+0.5*Kb2(i-1)))/Deltax+...
        +St_ba*(Td_old+0.5*Kd2-(Tb_old(i)+0.5*Kb2(i))));
end

% Cuarta pendiente
y4=(Tb_old+Kb3)-(Td_old+Kd3);
Kd4=Deltat*(us*R_ad*(Tin(j+1)-(Td_old+Kd3))+Deltax*St_bd.*trapz(y4)+...
    +St_wid*((Tw_old+Kw3)-(Td_old+Kd3)));
Kw4=Deltat*(St_wiw*((Td_old+Kd3)-(Tw_old+Kw3))+St_wow*(To-(Tw_old+Kw3)));
Kb4(2)=Deltat*(-(ub/Deltax)*(Tb_old(2)+Kb3(2)-Tin(j+1))+...
    +St_ba*((Td_old+Kd3)-(Tb_old(2)+Kb3(2))));
for i=3:N
    Kb4(i)=Deltat*(-(ub/Deltax)*((Tb_old(i)+Kb3(i))-(Tb_old(i-1)+Kb3(i-1)))+...
        +St_ba*((Td_old+Kd3)-(Tb_old(i)+Kb3(i))));
end

% Obtención de los resultados
% Temperatura de la fase densa del lecho de arena
Td_new = Td_old+(1/6)*(Kd1+2*Kd2+2*Kd3+Kd4);
% Temperatura de la fase densa del lecho de PCM.
%     En este caso es necesario calcularla a través de los datos de entalpía
%     obtenidos por el método numérico.
%% id_new = id_old+(1/6)*(Kd1+2*Kd2+2*Kd3+Kd4);
%% Td_new = ppval(pp_temperature,id_new);
% Temperatura de las paredes del lecho
Tw_new = Tw_old+(1/6)*(Kw1+2*Kw2+2*Kw3+Kw4);
% Temperatura de la fase burbuja
Tb_new(1)=Tin(j+1);
for i=2:N
    Tb_new(i) = Tb_old(i)+(1/6)*(Kb1(i)+2*Kb2(i)+2*Kb3(i)+Kb4(i));
end

% Se guardan los resultados
Td(j+1) = Td_new;    Tw(j+1) = Tw_new;    Tb(j+1,:) = Tb_new;

% Inicialización para la siguiente iteración para el lecho de arena
Td_old = Td_new;    Tw_old = Tw_new;    Tb_old = Tb_new;
% Inicialización para la siguiente iteración para el lecho de PCM
id_old = id_new;    Td_old = Td_new;    Tw_old = Tw_new;    Tb_old = Tb_new;
end

%%% Una vez obtenidas las temperaturas en su forma adimensional
%     es necesario dimensionalizar dichas temperaturas deshaciendo
%     el cambio realizado antes del uso del método numérico. %%%

```